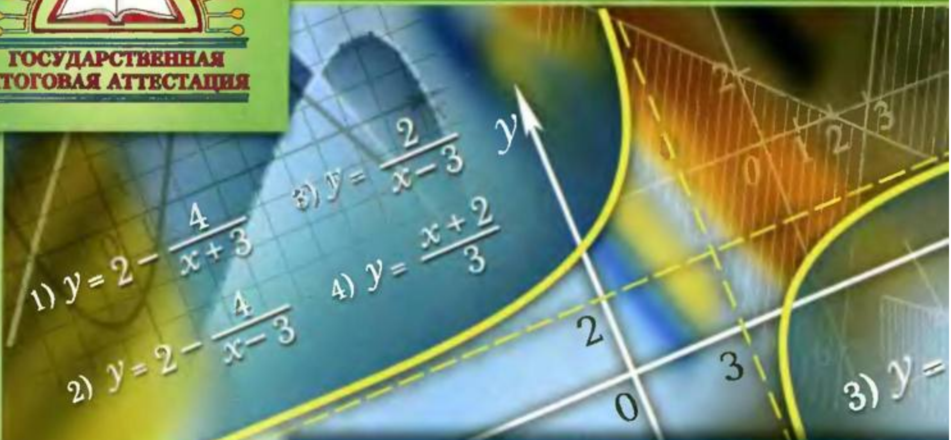

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко

АЛГЕБРА

9 КЛАСС

ПОДГОТОВКА К ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ 2010

ЛЕГИОН

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко

АЛГЕБРА
9 КЛАСС

ПОДГОТОВКА К ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ-2010

Учебно-методическое пособие

™

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЛЕГИОН-М»
Ростов-на-Дону
2009

ББК 22.14
А 45

Рецензенты: *Л. Л. Иванова* — заслуженный учитель России,
Г. Л. Нужа — учитель высшей категории

Авторский коллектив:
Авилов Н. И., Ангельев В. Д., Войта Е. А., Дерезин С. В, Дрёмов В. А., Евич Л. Н., Ковалёва Л. Н., Коннова Е. Г., Кулабухов С. Ю., Ланцова Л. В., Лысенко Е. Ф., Ольховая Л. С., Федичкина Л. Ш., Фофонов А. Е.

А 45 Алгебра. 9-й класс. Подготовка к государственной итоговой аттестации-2010 : учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко. —Ростов-на-Дону: Легион-М., 2009. — 240 с. (Итоговая аттестация)

ISBN 978-5-91724-020-6

На протяжении нескольких лет в России проводился эксперимент по внедрению и отработке новых форм государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников 9-х классов по ряду предметов, в том числе и по алгебре. Применяются тестовые технологии, близкие к ЕГЭ. В настоящее время ГИА в новой форме проводится во всех регионах России, и наше пособие будет полезным для всех школьников, готовящихся к ГИА по алгебре, а также для учителей, осуществляющих эту подготовку.

Предлагаемое пособие включает 34 оригинальных учебно-тренировочных теста, составленных по последнему плану итоговой аттестации за курс основной школы, и сборник, содержащий более 600 задач, которые иллюстрируют основные идеи тестов итоговой аттестации прошлых лет. Ко многим задачам из сборника и к двум вариантам тестов приведены решения, ко всем тестам и задачам — ответы.

Как и в прошлые годы, вместе с этой книгой выходит в свет «Решебник», куда включены решения всех заданий повышенного уровня сложности.

ББК 22.14

ISBN 978-5-91724-020-6

Оглавление

2 Зак № 258

От авторов

С 2003/2004 учебного года проводится эксперимент по предпрофильной подготовке учащихся выпускных классов основной общеобразовательной школы. С 2005/2006 года в целях дальнейшего совершенствования организационной формы проведения государственной итоговой аттестации (ГИА) по алгебре она проходит в новой форме, которая, несмотря на очевидную связь с ЕГЭ, обладает некоторыми особенностями.

С учетом возрастных познавательных особенностей учащихся 9-х классов и целей обучения в основной школе контрольно-измерительные материалы экзамена в новой форме проверяют сформированность комплекса умений, связанных с информационно-коммуникативной деятельностью, с получением, анализом, а также применением эмпирических данных.

В связи с тем, что ЕГЭ по математике с 2009 года является обязательным для всех выпускников школ, ГИА по алгебре за курс основной школы выдержана в идеологии единого подхода к общей математической подготовке школьников.

Экзаменационная работа состоит из двух частей.

Первая часть предусматривает выполнение тестовых заданий, при этом ответы заданий фиксируются учениками непосредственно на бланке теста. Эта часть заданий направлена на проверку уровня обязательной подготовки учащихся (владение понятиями, знание свойств и алгоритмов, решение стандартных задач) и включает задания по следующим разделам алгебры: числа, буквенные выражения, преобразования выражений, уравнения, неравенства, функции и графики, последовательности и прогрессии.

Вторая часть имеет вид традиционной контрольной работы и состоит из пяти заданий, в которых, в соответствии со спецификацией, представлены следующие разделы программного материала: выражения и их преобразования, уравнения и системы уравнений, текстовые задачи, неравенства, функции, координаты и графики, последовательности и прогрессии. Эта часть работы направлена на дифференцированную проверку повышенного уровня математической подготовки учащихся: владение формально-оперативным аппаратом, интеграция знаний из различных тем школьного курса, исследовательские навыки. При выполнении второй части работы учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записывать решение, включающее необходимые пояснения и обоснования, из которых должен быть понятен ход рассуждений.

Эксперимент по проведению государственной итоговой аттестации выпускников основной общеобразовательной школы завершается, и в 2010 году экзамен в этой форме будут сдавать все выпускники 9-х классов России.

Авторы благодарят рецензентов за полезные замечания и пожелания, связанные с данным изданием.

Свои замечания и пожелания направляйте по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550, тел. (863) 248-14-03, 248-14-07, 248-99-03, e-mail: legionrus@legionrus.com. Сайт издательства: www.legionr.ru

На нашем сайте вы можете получить подробную информацию обо всех книгах, выпускаемых издательством.

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

Вариант №1

Часть 1

1. Общее количество биомассы Мирового океана оценивается в 35 миллиардов тонн. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $35 \cdot 10^6$ т 2) $35 \cdot 10^9$ т 3) $3{,}5 \cdot 10^8$ т 4) $3{,}5 \cdot 10^{10}$ т

2. На хранение заложили 200 кг яблок. После зимы оказалось, что 25 кг яблок испортились. Сколько примерно процентов яблок хорошо сохранилось?

1) 88% 2) 12% 3) 0,88% 4) 86%

3. На координатной прямой (см. рис. 1) отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений неверно?

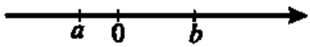

Рис. 1.

1) $a^2b > 0$ 2) $a + b > 0$ 3) $a - b > 0$ 4) $b - a > 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{b}}$, где $a = 0{,}25$, $b = 0{,}09$.

Ответ: ______

5. Из формулы мощности тока $P = \dfrac{U^2}{R}$ выразите сопротивление R.

1) $R = \dfrac{U^2}{P}$ 2) $R = PU^2$ 3) $R = U\sqrt{P}$ 4) $R = \dfrac{P}{U^2}$

6. Расположите в порядке возрастания числа $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$ и 6.

1) $2\sqrt{6}$; $3\sqrt{5}$; 6 2) $2\sqrt{6}$; 6; $3\sqrt{5}$

3) $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$; 6 4) $3\sqrt{5}$; 6; $2\sqrt{6}$

7. Сократите дробь $\dfrac{5ab - 25a^2}{10ab}$.

1) $\dfrac{b - 5a}{2b}$ 2) $\dfrac{b - 5a}{2}$ 3) $\dfrac{5b - 25a}{10ab}$ 4) $\dfrac{5}{b}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение $(a - 1)^3 + 2a(3a - 4)$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки A (см. рис. 2): $\begin{cases} 4x + 3y = 1; \\ 2x - 3y = 5. \end{cases}$

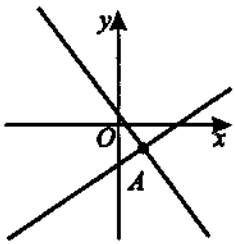

Рис. 2.

11. Прочитайте задачу: «У Вани 27 фруктов, причём известно, что яблок в 3 раза больше, чем слив, а груш на 12 больше, чем слив. Сколько яблок у Вани?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если через x обозначено количество яблок?

1) $\frac{x}{3} + x + (x + 12) = 27$

2) $x + 3x + (x + 12) = 27$

3) $x + 3x + (3x + 12) = 27$

4) $x + \frac{x}{3} + \left(\frac{x}{3} + 12\right) = 27$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{12} < 0$.

1) $a_n = 2n$ 2) $a_n = 3n - 36$ 3) $a_n = 4n - 50$ 4) $a_n = \frac{n}{2}$

13. Решите неравенство $30 - \frac{x}{2} < 0$.

1) $x > 15$ 2) $x > 60$ 3) $x < 60$ 4) $x > -60$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 4 > 0$ Б) $x^2 - 4 < 0$ В) $x^2 + 4 > 0$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ 3) $(-2; 2)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 3 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знак коэффициента a и дискриминанта D.

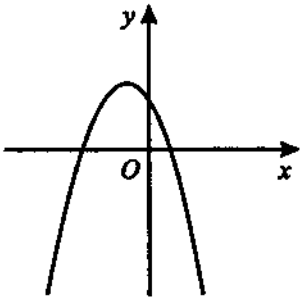

Рис. 3.

1) $a > 0,\ D > 0$ 2) $a > 0,\ D < 0$ 3) $a < 0,\ D > 0$ 4) $a < 0,\ D < 0$

16. На графике (см. рис. 4) изображена зависимость сопротивлений металлических резисторов A и B от температуры. Чему равно сопротивление резистора B при температуре $40°C$?

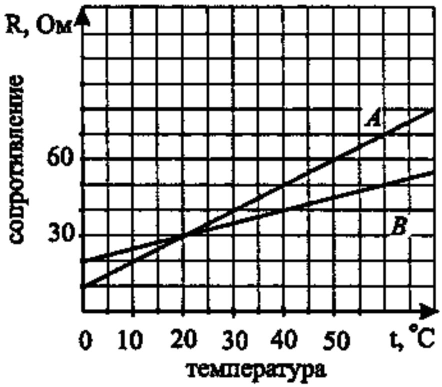

Рис. 4.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$.

18. Решите неравенство $(\sqrt{7} - 2{,}8)(2x - 5) < 0$.

19. В возрастающей геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 20, а сумма третьего и четвёртого членов равна 80. Найдите первый член этой прогрессии.

20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $n - m = 2$, выражение $2m^2 + mn - 4n^2$ принимает наибольшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формул) функцию, график которой изображён на рисунке 5.

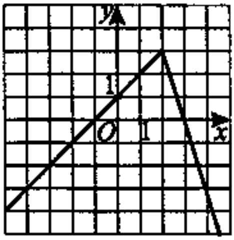

Рис. 5.

Вариант №2

Часть 1

1. Общий объём воды в Мировом океане примерно равен 1340 млн куб. км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1340 \cdot 10^6$ км^3 2) $1{,}34 \cdot 10^9$ км^3 3) $1{,}34 \cdot 10^3$ км^3 4) $13{,}4 \cdot 10^8$ км^3

2. Среди 320 деталей оказалось 13 бракованных. Сколько примерно процентов небракованных деталей?

1) 0,96% 2) 95% 3) 96% 4) 4%

3. На координатной прямой (см. рис. 6) отмечены числа x и y. Какое из приведённых утверждений верно?

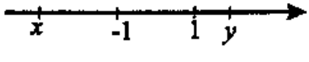

Рис. 6.

1) $xy^2 > 0$ 2) $y - x < 0$ 3) $xy > 0$ 4) $x^2 - y > 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{b}}$, где $a = 0{,}16$, $b = 0{,}49$.

Ответ: ______

5. Из формулы закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ выразите сопротивление R.

1) $R = UI$ 2) $R = \frac{U}{I}$ 3) $R = \frac{I}{U}$ 4) $R = \frac{1}{UI}$

6. Расположите в порядке убывания числа $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{7}$ и 5.

1) $2\sqrt{7};\ 3\sqrt{3};\ 5$ 2) $2\sqrt{7};\ 5;\ 3\sqrt{3}$
3) $5;\ 3\sqrt{3};\ 2\sqrt{7}$ 4) $3\sqrt{3};\ 5;\ 2\sqrt{7}$

7. Сократите дробь $\frac{5a^2b + 10ab}{10ab}$.

1) $\frac{ab+2}{2a}$ 2) $\frac{a+2}{2}$ 3) $\frac{1}{2a}$ 4) $\frac{3a}{2b}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение $4a(2a-1) + (a+1)^3$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $3x^2 - 2x - 8 = 0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки A (см. рис. 7): $\begin{cases} 3x + 2y = 8; \\ 2y - x = 0. \end{cases}$

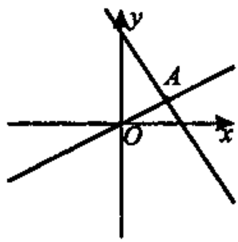

Рис. 7.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «В игровом наборе 35 кубиков красного, синего и зелёного цвета. Известно, что красных кубиков в 2 раза больше, чем синих кубиков, а зелёных — на 15 больше, чем синих. Сколько красных кубиков в наборе?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если через x обозначено количество красных кубиков?

1) $\frac{x}{2} + x(x+15) = 35$ 2) $x + 2x + (x+15) = 35$

3) $\frac{x}{2} + x + \left(\frac{x}{2} + 15\right) = 35$ 4) $x + 2x + (2x+15) = 35$

12. Из арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена выберите ту, для которой выполняется условие $a_{14} > 0$.

1) $a_n = 2n - 28$ 2) $a_n = -4n$ 3) $a_n = -3n + 45$ 4) $a_n = -3n - 45$

13. Решите неравенство $-10 - \frac{x}{4} > 0$.

1) $x < -40$ 2) $x < 40$

3) $x < -2{,}5$ 4) $x > -40$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 9 < 0$ Б) $x^2 + 9 > 0$ В) $x^2 - 9 > 0$

1) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-3; 3)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 8 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знак коэффициента a и дискриминанта D.

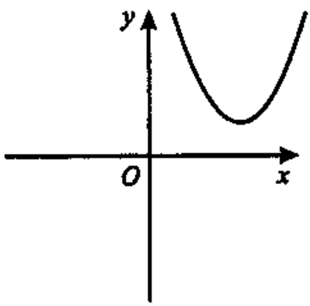

Рис. 8.

1) $a > 0,\ D > 0$ 2) $a > 0,\ D < 0$

3) $a < 0,\ D > 0$ 4) $a < 0,\ D < 0$

16. На графике (см. рис. 9) изображены зависимости сопротивлений металлических резисторов A и B от температуры. На сколько Ом увеличивается сопротивление резистора A при увеличении температуры на 30°?

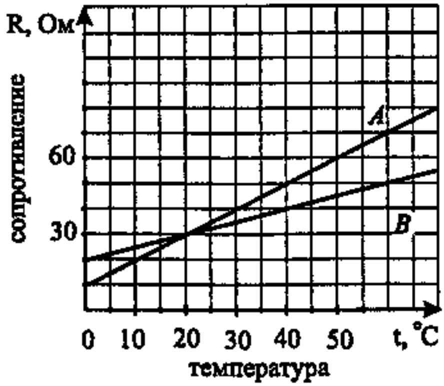

Рис. 9.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$.
18. Решите неравенство $(2{,}2 - \sqrt{6})(3x + 18) \geqslant 0$.
19. В геометрической прогрессии сумма первого и третьего членов равна 10 и равна сумме второго и четвёртого членов. Найдите первые три члена этой прогрессии.
20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $n + m = 1$, выражение $3m^2 + 2mn - 2n^2$ принимает наибольшее значение?
21. Задайте аналитически (то есть с помощью формул) функцию, график которой изображён на рисунке 10.

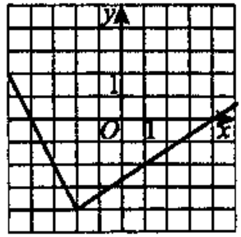

Рис. 10.

Вариант №3

Часть 1

1. Средний радиус орбиты Земли приближённо равен 149,6 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}496 \cdot 10^8$ км 2) $1{,}496 \cdot 10^7$ км 3) $1{,}496 \cdot 10^{10}$ км 4) $1{,}496 \cdot 10^9$ км

2. В 9-х классах гимназии 84 учащихся. Из них 8 человек занимаются в математическом кружке. Сколько примерно процентов девятиклассников занимаются в математическом кружке?

1) 8,4% 2) 9,5% 3) 18% 4) 25%

3. На координатной прямой (см. рис. 11) отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений **неверно**?

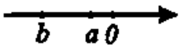

Рис. 11.

1) $a+b<0$ 2) $a-b>0$ 3) $ab>0$ 4) $b-a>0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{2+\sqrt{a}}{\sqrt{b}+0{,}6}$ при $a=0{,}09$, $b=0{,}16$.

Ответ: ______

5. Из формулы закона всемирного тяготения $F = G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}$ выразите гравитационную постоянную G.

1) $G=\dfrac{m_1m_2}{FR^2}$ 2) $G=\dfrac{FR^2}{m_1m_2}$ 3) $G=\dfrac{Fm_1m_2}{R^2}$ 4) $G=\dfrac{R^2}{Fm_1m_2}$

6. Расположите в порядке возрастания числа $3\sqrt{2}$; 4 и $2\sqrt{3}$.

1) $3\sqrt{2}$; $2\sqrt{3}$; 4 2) $3\sqrt{2}$; 4; $2\sqrt{3}$

3) $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$; 4 4) $2\sqrt{3}$; 4; $3\sqrt{2}$

7. Сократите дробь $\dfrac{x^2y+y^2x}{2xy}$.

1) 1 2) $\dfrac{x+y^2x}{2}$ 3) $\dfrac{x+y}{2}$ 4) $\dfrac{2}{xy}$

8. Преобразуйте выражение $(2-a)^2-7a(2-3a)$ в многочлен.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x^2-7x-15=0$

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки A (см. рис. 12).

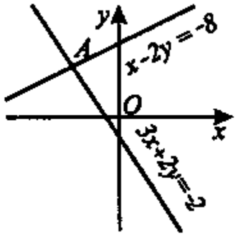

Рис. 12.

11. Прочитайте задачу: «Для изготовления цементного раствора берут воду, цемент и песок. На 500 кг раствора требуется цемента в 3 раза меньше, чём песка, и на 50 кг меньше, чем воды. Сколько цемента требуется для получения 500 кг цементного раствора?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначена масса цемента в килограммах?

1) $x+\frac{x}{3}+x+50=500$ 2) $x+3x+x+50=500$

3) $x+3x+x-50=500$ 4) $x+\frac{x}{3}+x-50=500$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{14}<1$.

1) $a_n=4n$ 2) $a_n=4n-55$

3) $a_n=4n+14$ 4) $a_n=4n-57$

13. Решите неравенство $\frac{1}{4}-\frac{5}{3}x<0$.

1) $x<0{,}15$ 2) $x>0{,}15$ 3) $x<-0{,}15$ 4) $x>-0{,}15$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $4x^2-25<0$ Б) $4x^2+25<0$ В) $4x^2-25>0$

1) $\varnothing$ 2) $(-\infty;-2{,}5)\cup(2{,}5;+\infty)$ 3) $(-2{,}5;2{,}5)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 13 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента c и дискриминанта D.

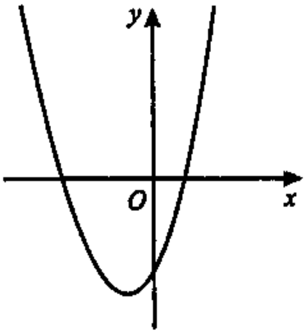

Рис. 13.

1) $c > 0$, $D > 0$ 2) $c < 0$, $D > 0$ 3) $c > 0$, $D < 0$ 4) $c < 0$, $D < 0$

16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты интернет-трафика: тариф I и тариф II. На рисунке 14 представлены графики зависимости трафика от объёма информации. На сколько мегабайт хватит 1350 руб., если использовать тариф II?

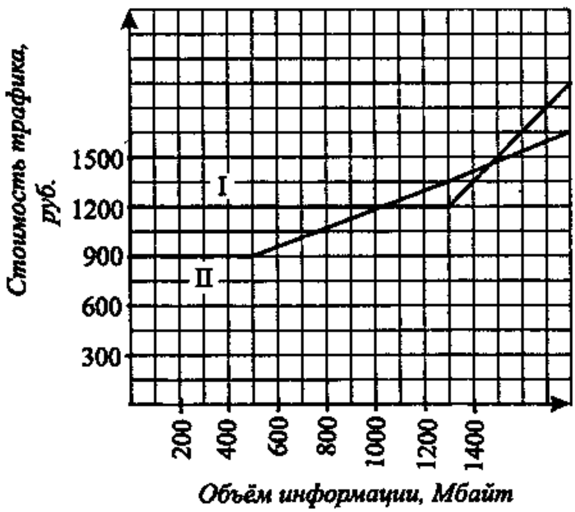

Рис. 14.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$.

18. Решите неравенство $(6x - 5)(4{,}5 - \sqrt{20}) > 0$.

19. В геометрической прогрессии разность первого и второго членов равна -9, а разность второго и третьего членов $-22{,}5$. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях a и b, связанных соотношением $b - a = 1$, выражение $4a^2 - 5b^2 + 2ab + 2a$ принимает наименьшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формул) функцию, график которой изображён на рисунке 15.

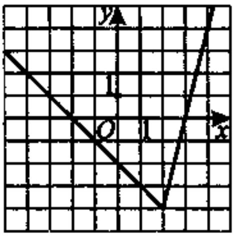

Рис. 15.

Вариант №4

Часть 1

1. Диаметр планеты Юпитер приближённо равен 142600 км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}426 \cdot 10^4$ км 2) $1{,}426 \cdot 10^2$ км 3) $1{,}426 \cdot 10^5$ км 4) $1{,}426 \cdot 10^6$ км

2. В первой смене летнего лагеря отдыхало 500 детей, из них 215 девочек. Сколько процентов девочек отдыхало в первой смене?

1) 21,5% 2) 43% 3) 50% 4) 57%

3. На координатной прямой (см. рис. 16) отмечены числа m и n. Какое из приведённых утверждений **неверно**?

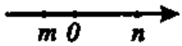

Рис. 16.

1) $mn > 0$ 2) $m^2n > 0$ 3) $m - n < 0$ 4) $n + m > 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}}$ при $x = 1{,}96$, $y = 0{,}04$.

Ответ: ______

5. Из формулы давления $p = \dfrac{F}{S}$ выразите площадь S.

1) $S = \dfrac{p}{F}$ 2) $S = \dfrac{F}{p}$ 3) $S = Fp$ 4) $S = \dfrac{1}{Fp}$

6. Расположите в порядке убывания числа $2\sqrt{10}$; $4\sqrt{3}$ и 6.

1) $2\sqrt{10};\ 4\sqrt{3};\ 6$ 2) $4\sqrt{3};\ 6;\ 2\sqrt{10}$

3) $4\sqrt{3};\ 2\sqrt{10};\ 6$ 4) $6;\ 4\sqrt{3};\ 2\sqrt{10}$

7. Сократите дробь $\dfrac{ab - b^2}{4ab}$.

1) $-\dfrac{b^2}{4a}$ 2) $\dfrac{a}{4}$ 3) $\dfrac{a-b}{4a}$ 4) $\dfrac{a-1}{2}$

8. Преобразуйте выражение $b(2b - 3) - 2(b + 5)^2$ в многочлен.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки C (см. рис. 17).

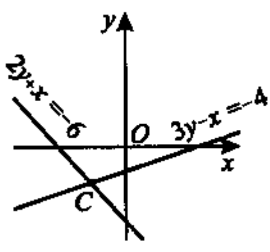

Рис. 17.

11. Прочитайте задачу: «Для изготовления известкового раствора берут воду, известь и песок. На 300 кг раствора требуется песка в 2 раза больше, чем извести, и на 70 кг больше, чем воды. Сколько песка требуется для получения 300 кг известкового раствора?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначена масса песка в килограммах?

1) $x + \frac{x}{2} + x + 70 = 300$ 2) $x + 2x + x + 70 = 300$

3) $x + 2x + x - 70 = 300$ 4) $x + \frac{x}{2} + x - 70 = 300$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{11} > -1$.

1) $a_n = -5n$ 2) $a_n = -5n + 54$

3) $a_n = -5n + 55$ 4) $a_n = -5n - 11$

13. Решите неравенство $-\frac{2}{3}x + 4 > 0$.

1) $x < 6$ 2) $x > 6$ 3) $x < -6$ 4) $x > -6$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - \frac{1}{9} < 0$ Б) $x^2 + \frac{1}{9} < 0$ В) $x^2 - \frac{1}{9} > 0$

1) $\varnothing$ 2) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right); \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 18 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D.

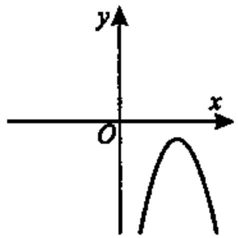

Рис. 18.

1) $a > 0,\ D > 0$ 2) $a < 0,\ D > 0$

3) $a > 0,\ D < 0$ 4) $a < 0,\ D < 0$

16. На рисунке 19 представлены данные о количестве посещений двух сайтов — сайта A и сайта B, в течение одного месяца. (По горизонтальной оси откладываются дни с начала месяца, по вертикальной — количество человек, посетивших сайт за прошедший период.) Определите по графикам, сколько человек посетило сайт B 24 числа указанного месяца.

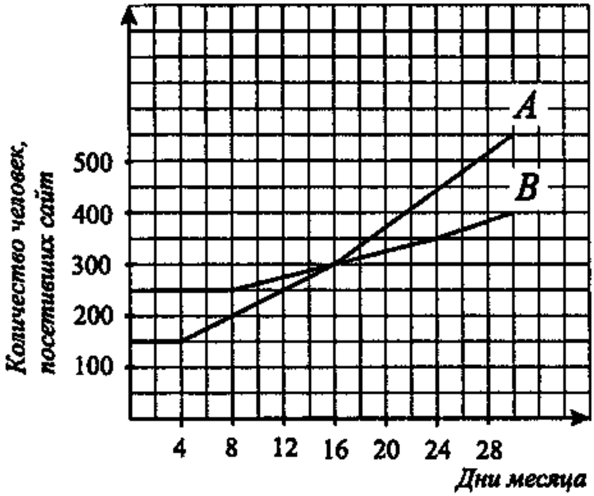

Рис. 19.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 49x - 98 = 0$.

18. Решите неравенство $(\sqrt{17} - 4{,}2)(5 - 8x) < 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 42, а сумма второго и третьего членов равна 31,5. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях c и d, связанных соотношением $d + 2c = 3$, выражение $-d^2 - cd - 5c$ принимает наибольшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формул) функцию, график которой изображён на рисунке 20.

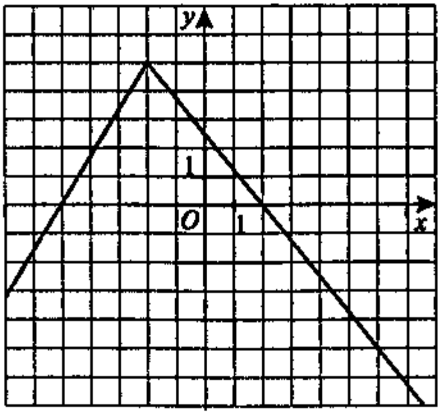

Рис. 20.

Вариант №5

Часть 1

1. Расстояние от планеты Земля до Солнца равно 149,6 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}496 \cdot 10^6$км 2) $1{,}496 \cdot 10^7$км 3) $1{,}496 \cdot 10^8$км 4) $1{,}496 \cdot 10^9$км

2. В 10-х классах лицея математику сдали на положительную оценку 73 человека из 82 по списку. Сколько примерно процентов учащихся сдали математику на положительную оценку?

1) 82% 2) 89% 3) 91% 4) 86%

3. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 21). Какое из данных утверждений верно?

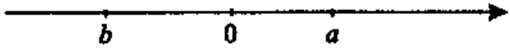

Рис. 21.

1) $ab > 0$ 2) $ba^2 > 0$ 3) $ab^2 > 0$ 4) $(ab)^3 > 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{y}-1}$ при $x = 0,36$ и $y = 0{,}04$.

Ответ: ______

5. Из формулы мощности $N = \frac{A}{t}$ выразите время t.

1) $t = AN$ 2) $t = \frac{N}{A}$ 3) $t = \frac{1}{AN}$ 4) $t = \frac{A}{N}$

6. Расположите в порядке возрастания числа $3\sqrt{5}$; 6 и $5\sqrt{3}$.

1) 6; $3\sqrt{5}$; $5\sqrt{3}$ 2) $3\sqrt{5}$; 6; $5\sqrt{3}$
3) $5\sqrt{3}$; $3\sqrt{5}$; 6 4) 6; $5\sqrt{3}$; $3\sqrt{5}$

7. Сократите дробь $\frac{4a^3b^2}{a^2b - a^3b^2}$.

1) $\frac{2a^3b}{a^2b-1}$ 2) $\frac{4a^2b}{a-b}$ 3) $\frac{2ab}{1-a}$ 4) $\frac{4ab}{1-ab}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение $(a+1)(a+3)-(a-3)^2$.

1) $2a^2+4a+12$ 2) $10a-6$ 3) $4a-6$ 4) $a^2-2a+12$

9. Решите уравнение $4x^2+3x-7=0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки M (см. рис. 22).

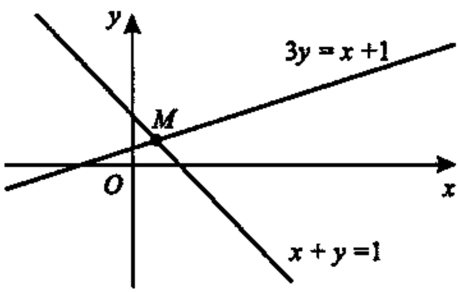

Рис. 22.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «На трёх полках 39 книг. На первой полке в два раза меньше книг, чем на второй, а на третьей полке на 5 книг меньше, чем на второй. Сколько книг на второй полке?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число книг на второй полке?

1) $x^2 + 2x + (x - 5) = 39$ 2) $x + \frac{x}{2} + (x - 5) = 39$

3) $x - (x - 5) + 2x = 39$ 4) $2x + x + (x - 5) = 39$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_5 < 0$.

1) $a_n = -3n + 18$ 2) $a_n = 5n - 23$

3) $a_n = 4n - 22$ 4) $a_n = -6n + 32$

13. Решите неравенство $2(x - 3) + 5 > x - 1$.

1) $x > 0$ 2) $x < 1$ 3) $x > -3$ 4) $x < -1$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $(x + 1)(2x - 3) > 0$ 1) $(1; 1{,}5)$

Б) $(x - 1)(2x - 3) < 0$ 2) $(-\infty; -1{,}5) \cup (2; +\infty)$

В) $(x - 2)(2x + 3) > 0$ 3) $(-\infty; -1) \cup (1{,}5; +\infty)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 23 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D.

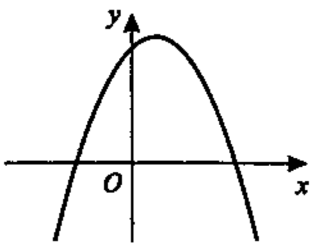

Рис. 23.

1) $a > 0,\ D > 0$ 2) $a > 0,\ D < 0$

3) $a < 0,\ D > 0$ 4) $a < 0,\ D < 0$

16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф A и тариф B. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически

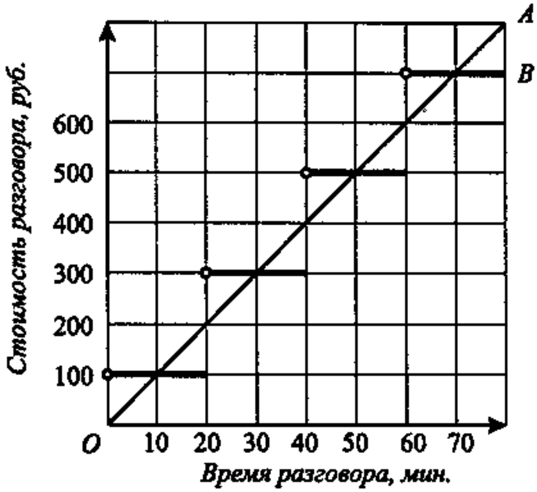

Рис. 24.

(см. рис. 24). Сколько придётся заплатить за 35 минут разговора, если используется тариф B?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 6x + 4 = 0$.

18. Решите неравенство $(1{,}5 - \sqrt{3})(2x - 7) < 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 120, а сумма второго и третьего членов равна 30. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях x и y, связанных соотношением $2x + y = 4$, выражение $x^2 + xy + 3y^2$ принимает наименьшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формулы) функцию, график которой изображён на рисунке 25.

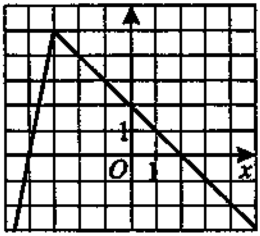

Рис. 25.

Вариант №6

Часть 1

1. Запишите число 0,000218 в стандартном виде.

1) $21{,}8 \cdot 10^{-5}$ 2) $0{,}218 \cdot 10^{-3}$ 3) $2{,}18 \cdot 10^{-4}$ 4) $218 \cdot 10^{-6}$

2. ЕГЭ по русскому языку в школе сдали на положительную оценку 64 человека из 72 по списку. Сколько примерно процентов сдали ЕГЭ по русскому языку на положительную оценку?

1) 51% 2) 12,5% 3) 82% 4) 89%

3. На координатной прямой отмечены числа x и y (см. рис. 26). Какое из этих утверждений верно?

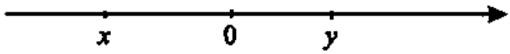

Рис. 26.

1) $x^2y > 0$ 2) $x^5y^3 > 0$ 3) $x^3y^2 > 0$ 4) $xy > 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{y}-1}$ при $x = 3$ и $y = 0{,}25$.

Ответ: ______

5. Из формулы площади треугольника $S = \dfrac{ah}{2}$ выразите высоту h.

1) $h = \dfrac{aS}{2}$ 2) $h = \dfrac{S}{2a}$ 3) $h = \dfrac{a}{2S}$ 4) $h = \dfrac{2S}{a}$

6. Расположите в порядке возрастания числа $2\sqrt{2}$; 3; $3\sqrt{1{,}3}$.

1) 3; $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{1{,}3}$ 2) $2\sqrt{2}$; 3; $3\sqrt{1{,}3}$

3) $3\sqrt{1{,}3}$; 3; $2\sqrt{2}$ 4) 3; $3\sqrt{1{,}3}$; $2\sqrt{2}$

7. Сократите дробь $\frac{3ab^3}{a^2b^3 - ab^4}$.

1) $\frac{3b}{b-a}$ 2) $\frac{3}{a-b}$ 3) $\frac{3a}{a^2-b^2}$ 4) $\frac{3ab}{a^2-b^2}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение $x(x-2)-(x+1)^2$.

1) $4x+1$ 2) $1-4x$ 3) $-4x-1$ 4) $2x^2+1$

9. Решите уравнение $3x^2+x-2=0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки M (см. рис. 27).

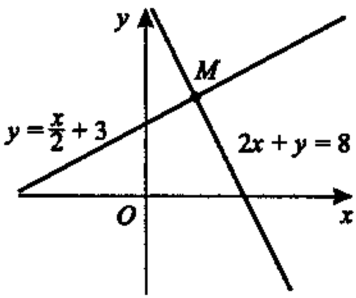

Рис. 27.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «На двух полках 64 книги. На первой полке в три раза больше книг, чем на второй полке. Сколько книг на второй полке?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число книг на второй полке?

1) $x^2+3x=64$ 2) $3x+x=64$

3) $\frac{1}{2}x+3x=64$ 4) $3x^2+x-6=64$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_8>0$.

1) $a_n=-8n$ 2) $a_n=4n-35$

3) $a_n=-3n+20$ 4) $a_n=6n-42$

13. Решите неравенство $10 - \frac{1}{3}x < 20$.

1) $x > 30$ 2) $x < 10$ 3) $x < -10$ 4) $x > -30$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 9 < 0$ Б) $x^2 - 9 > 0$ В) $x^2 + 9 > 0$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-3; 3)$ 3) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 28 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D.

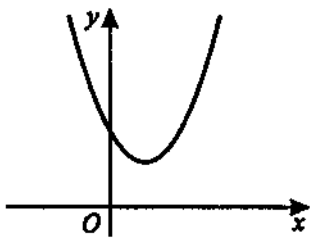

Рис. 28.

1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D > 0$ 4) $a < 0, D < 0$

16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф A и тариф B. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически (см. рис. 29). Сколько придётся заплатить за 10 минут разговора, если используется тариф A?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение: $x^3 - 3x + 2 = 0$.

18. Решите неравенство: $(2\sqrt{2} - 3)(5x - 12) > 0$.

19. В геометрической прогрессии, все члены которой положительны, сумма её первых трёх членов равна 21, а сумма первого и второго членов равна 5. Найдите первые три члена этой прогрессии.

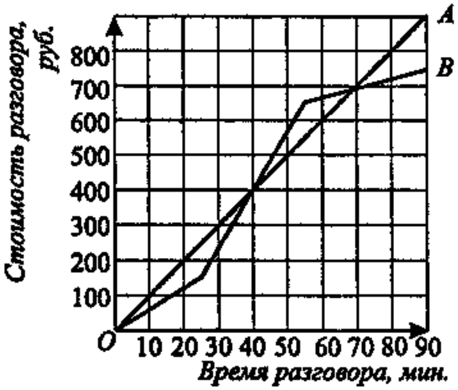

Рис. 29.

20. При каких значениях a и b, связанных соотношением $a + 3b = 1$, выражение $a^2 + 3ab - 2b^2$ принимает наибольшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формулы) функцию, график которой изображён на рисунке 30.

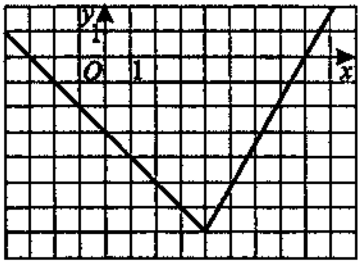

Рис. 30.

Вариант №7

Часть 1

1. Площадь бассейна реки Амур составляет 1855 тыс. км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}855 \cdot 10^3$ км^2 2) $1{,}855 \cdot 10^4$ км^2

3) $1{,}855 \cdot 10^5$ км^2 4) $1{,}855 \cdot 10^6$ км^2

2. В спортивных секциях занимаются 44 учащихся, из них в секции бокса 15 человек. Сколько примерно процентов учащихся занимаются в секции бокса?

1) 0,34% 2) 29% 3) 34% 4) 2,9%

3. На координатной прямой (см. рис. 31) отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений **неверно**?

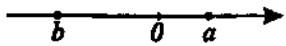

Рис. 31.

1) $a > b$ 2) $a + b > 0$ 3) $ab < 0$ 4) $a - b > 0$

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n+1}}$ при $m = 1{,}21$; $n = 0{,}01$.

Ответ: ______

5. Из формулы длины окружности $C = \pi d$ выразите диаметр d.

1) $d = \frac{1}{\pi C}$ 2) $d = \frac{C}{\pi}$ 3) $d = \pi C$ 4) $d = \frac{\pi}{C}$

6. Расположите в порядке возрастания числа $5\sqrt{7}$; $7\sqrt{5}$; 6.

1) $5\sqrt{7}$; $7\sqrt{5}$; 6 2) $7\sqrt{5}$; $5\sqrt{7}$; 6
3) 6; $7\sqrt{5}$; $5\sqrt{7}$ 4) 6; $5\sqrt{7}$; $7\sqrt{5}$

7. Сократите дробь: $\frac{cd - d^2}{5cd}$.

1) $\frac{c-d}{5c}$ 2) $\frac{1-d}{5}$ 3) $-\frac{d^2}{5}$ 4) $-\frac{d}{5c}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение: $(x-2)^2 - x(3x-4)$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение: $5x^2 - 2x - 16 = 0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки A (см. рис. 32).

Ответ: ______

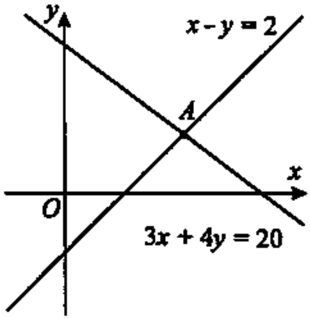

Рис. 32.

11. Прочитайте задачу: «В трёх ящиках 28 шаров. Во втором ящике в 2 раза меньше шаров, чем в третьем, а в первом — на 3 больше, чем в третьем. Сколько шаров во втором ящике?»
Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквами x обозначено число шаров во втором ящике?

1) $x + 2x + (2x + 3) = 28$ 2) $x + \frac{x}{2} + (x + 3) = 28$

3) $x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 28$ 4) $x + 2x + (x + 3) = 28$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{12} > 0$.

1) $a_n = -5n$ 2) $a_n = 5n - 60$ 3) $a_n = -5n + 70$ 4) $a_n = 5n - 70$

13. Решите неравенство: $30 - \frac{1}{6}x < 0$.

1) $x > 180$ 2) $x < -180$ 3) $x > 5$ 4) $x < -5$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 + 144 > 0$ Б) $x^2 - 144 > 0$ В) $x^2 - 144 < 0$

1) $(-\infty; -12) \cup (12; +\infty)$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-12; 12)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 33 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента c и дискриминанта D.

1) $c > 0,\ D > 0$ 2) $c > 0,\ D < 0$ 3) $c < 0,\ D > 0$ 4) $c < 0,\ D = 0$

16. Двум ученикам 9-го класса (ученик А и ученик Б) предложили ответить на 20 вопросов теста по математике. Для каждого из них зависимость

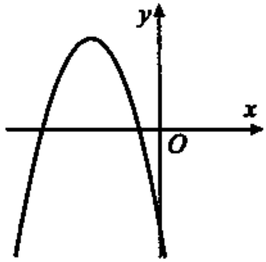

Рис. 33.

количества выполненных заданий от продолжительности их выполнения изображена графически (см. рис. 34). Сколько заданий выполнил за первые 40 минут работы ученик Б?

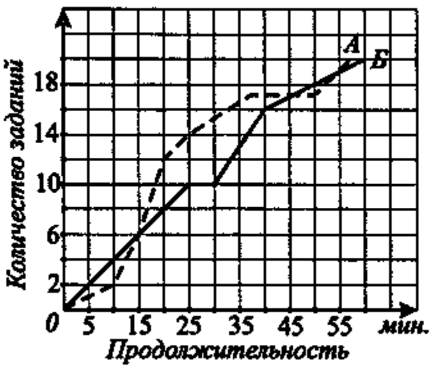

Рис. 34.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 + 9x - 45 = 0$.

18. Решите неравенство $(\sqrt{3} - 2{,}4)(7x + 15) < 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 150, а сумма второго и третьего равна 75. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях p и q, связанных соотношением $p + q = 5$ выражение $p^2 + 4pq - 2q^2$ принимает наибольшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формулы) функцию, график которой изображён на рисунке (см. рис. 35).

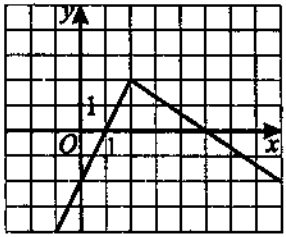

Рис. 35.

Вариант №8

Часть 1

1. Площадь территории Чукотского автономного округа равна 737,7 тыс. км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $7{,}377 \cdot 10^3$ км^2 2) $7{,}377 \cdot 10^4$ км^2
3) $7{,}377 \cdot 10^5$ км^2 4) $7{,}377 \cdot 10^6$ км^2.

2. В балетной школе 73 учащихся, из них в стиле модерн обучается 47 человек. Сколько примерно процентов учащихся обучается танцу в стиле модерн?

1) 0,64% 2) 64% 3) 15,5% 4) 1,55%

3. На координатной прямой (см. рис. 36) отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений **неверно**?

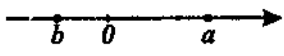

Рис. 36.

1) $a > b$ 2) $a^2 b > 0$ 3) $a + b > 0$ 4) $b - a < 0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{p}+2}{\sqrt{q}}$ при $p = 0{,}49$; $q = 0{,}09$.

Ответ: ______

5. Из формулы площади круга $S = \frac{\pi d^2}{4}$ выразите диаметр d.

1) $d = \frac{4S}{\pi}$ 2) $d = \sqrt{\frac{\pi}{4S}}$ 3) $d = \sqrt{4\pi S}$ 4) $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$

6. Расположите в порядке убывания числа $3\sqrt{5};\ 5\sqrt{3};\ 4\sqrt{2}$.

1) $3\sqrt{5};\ 5\sqrt{3};\ 4\sqrt{2}$ 2) $4\sqrt{2};\ 5\sqrt{3};\ 3\sqrt{5}$
3) $5\sqrt{3};\ 4\sqrt{2};\ 3\sqrt{5}$ 4) $5\sqrt{3};\ 3\sqrt{5};\ 4\sqrt{2}$

7. Сократите дробь: $\frac{5x^2 + 10xy}{5xy}$.

1) $5x^2 + 2$ 2) $\frac{x + 2y}{y}$ 3) $\frac{1}{y} + 2$ 4) $\frac{x + y}{xy}$

8. Преобразуйте в многочлен выражение: $(x - 3)(x + 3) + x(2 - x)$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение: $-3x^2 + 5x + 42 = 0$.

Ответ: ______

10. Вычислите координаты точки A (см. рис. 37).

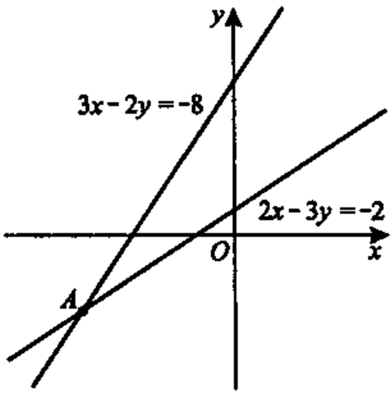

Рис. 37.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «В пакете 700 г смеси сухофруктов, состоящей из инжира, хурмы и урюка. Хурмы в 2 раза меньше, чем инжира, а урюка на 120 г больше, чем инжира. Сколько хурмы в данной смеси?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквами x обозначена масса хурмы в смеси (в граммах)?

1) $x + \frac{x}{2} + (x + 120) = 700$ 2) $x + (x + 120) + 2(x + 120) = 700$

3) $x + 2x + (2x + 120) = 700$ 4) $x + \frac{x}{2} + (x - 120) = 700$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{20} < 0$.

1) $a_n = 2n$ 2) $a_n = 2n + 70$ 3) $a_n = -2n + 50$ 4) $a_n = -2n + 30$

13. Решите неравенство: $-\frac{1}{4}x + 10 > 0$.

1) $x < 40$ 2) $x > -40$ 3) $x > -2{,}5$ 4) $x < 2{,}5$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений. В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $169 - x^2 > 0$ Б) $169 + x^2 < 0$ В) $169 - x^2 \leqslant 0$

1) решений нет 2) $(-13; 13)$ 3) $(-\infty; -13] \cup [13; +\infty)$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 38 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента c и дискриминанта D.

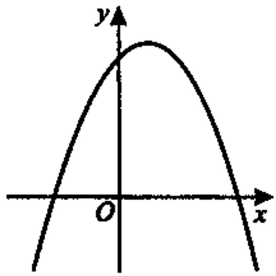

Рис. 38.

1) $c > 0$, $D > 0$ 2) $c > 0$, $D < 0$ 3) $c < 0$, $D > 0$ 4) $c < 0$, $D < 0$

16. Двум ученикам 9-го класса (ученик В и ученик С) предложили ответить на 20 вопросов теста по физике. Для каждого из них зависимость количества выполненных заданий от продолжительности их выполнения изображена графически (см. рис. 39). Сколько заданий выполнил за первые 50 минут работы ученик В?

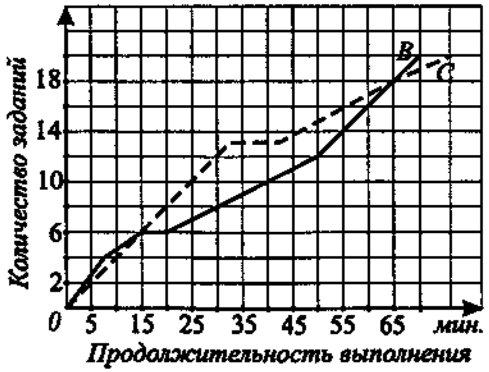

Рис. 39.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение: $2x^2 + 4x - 8 - x^3 = 0$

18. Решите неравенство: $(\sqrt{7} - 3{,}1)(5x - 11) > 0$

19. В геометрической прогрессии сумма первого и четвёртого членов равна 56, а сумма второго и пятого равна 168. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях x и y, связанных соотношением $x - y = 3$, выражение $2x^2 + 4xy - 5y^2$ принимает наименьшее значение?

21. Задайте аналитически (то есть с помощью формулы) функцию, график которой изображён на рисунке (см. рис. 40).

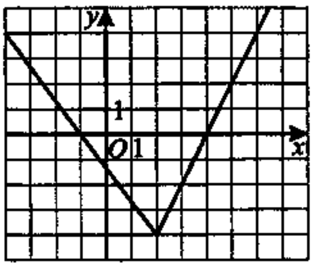

Рис. 40.

Вариант №9

Часть 1

1. Найдите наименьшее из чисел: $\frac{1}{2}$; $-0{,}5$; $-\frac{1}{8}$; $0{,}2$.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $-0{,}5$ 3) $-\frac{1}{8}$ 4) $0{,}2$

2. Расположите в порядке возрастания числа: $\sqrt{0{,}04}$; $0{,}02$; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt{4{,}01}$.

1) $\sqrt{0{,}04}$; $0{,}02$; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt{4{,}01}$ 2) $0{,}02$; $\sqrt{0{,}04}$; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt{4{,}01}$
3) $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt{0{,}04}$; $0{,}02$; $\sqrt{4{,}01}$ 4) $\sqrt{4{,}01}$; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt{0{,}04}$; $0{,}02$

3. В книге 420 страниц. Саша прочитал 15% от общего количества страниц в книге. Сколько страниц прочитал Саша?

1) 28 2) 35 3) 63 4) 357

4. Найдите значение выражения $a + \frac{b-a}{c}$ при $a = 4{,}5$; $b = -2{,}1$; $c = 1{,}1$.

1) $-1{,}5$ 2) $1{,}5$ 3) $2{,}3$ 4) $4{,}5$

5. Стоимость двух карандашей a рублей. Сколько рублей надо заплатить за 7 карандашей?

1) $2a \cdot 7$ 2) $\frac{a}{2} \cdot 7$ 3) $\frac{2a}{7}$ 4) $\frac{a}{2 \cdot 7}$

6. Какое из перечисленных ниже выражений тождественно равно выражению $-9x - 27x^2$?

1) $1 + 3x$ 2) $(3 + x)^2$ 3) $-36x$ 4) $-9x(1 + 3x)$

7. Упростите выражение: $\frac{5x}{2} - \frac{3x}{4}$.

1) x 2) $\frac{7x}{4}$ 3) $-\frac{x}{2}$ 4) $\frac{4x}{3}$

8. Найдите значение выражения $\frac{2^{-7} \cdot 7^5}{2^{-5} \cdot 7^3}$.

1) 3,5 2) 28 3) 12,25 4) 196

9. Решите уравнение: $14x - 3 = 5(7 - x)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = 2x - 4$ пересекает параболу $y = -x^2 + 3x + 2$ в точках A и B (см. рис. 41). Найдите координаты точки B.

Ответ: ______

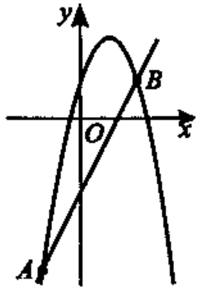

Рис. 41.

11. Прочитайте задачу: «В комплект по физике входят учебник, задачник и рабочая тетрадь. Учебник стоит 120 рублей, задачник — на 110 рублей дороже рабочей тетради. Стоимость задачника и рабочей тетради в 1,6 раза больше стоимости учебника».
Какая из систем соответствует условию задачи, если буквами x и y обозначены стоимости задачника и рабочей тетради соответственно?

1) $\begin{cases} x + 110 = y, \\ x + y = 120 \cdot 1{,}6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 110, \\ (x + y) \cdot 1{,}6 = 120 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = y + 110, \\ x + y = 120 \cdot 1{,}6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + 110 = y, \\ (x + y) \cdot 1{,}6 = 120 \end{cases}$

12. Укажите все значения x, при которых прямая $y = -3x + 1$ лежит ниже прямой $y = \frac{1}{3}x - 3$.

1) $x < -3$ 2) $x > 1{,}2$ 3) $x < \frac{1}{3}$ 4) $x > 0{,}6$

13. Решите неравенство: $\frac{x-2}{x^2+2} \geqslant -1$.

1) $x \in [1; +\infty)$ 2) $x \in [-3; +\infty)$
3) $x \in (-\infty; 0]$ 4) $x \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, поставьте в соответствие сумму членов прогрессии с 5 по 7.

А) $a_n = -20 + 1{,}2n$ Б) $a_n = 1{,}2 - 3n$ В) $a_n = -4 - 1{,}2n$.

1) $-33{,}6$ 2) $-38{,}4$ 3) $-40{,}6$ 4) $-50{,}4$

Ответ:

А	Б	В

15. Укажите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax^2 + 4x - 2$ имеет с осью абсцисс хотя бы одну общую точку.

1) $a \geqslant 0$ 2) $a \geqslant -1{,}5$ 3) $a \geqslant -2$ 4) a – любое число

16. На графиках (см. рис. 42) изображены зависимость стоимости (в руб.) каменной кладки от количества квадратных метров (1) и зависимость предоставляемой скидки (в руб.) от объёма выполненных работ (2). Определите стоимость работ (в руб.) объёмом 32 м^2 с учётом скидки.

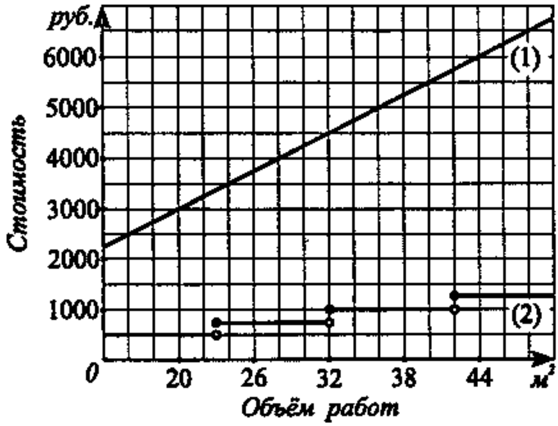

Рис. 42.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график параболы $y = -2x^2 + 15x - 2$. Найдите расстояние от вершины параболы до оси ординат.

18. Решите уравнение: $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 2 = 0$. В ответе укажите сумму квадратов корней уравнения.

19. Первый член арифметической прогрессии равен $-1{,}4$, а сумма её первых семи членов равна 32,2. Чему равна сумма следующих шести членов (с 8 по 13 включительно) этой прогрессии?

20. Найдите все значения a и b, при которых существует разложение квадратного трёхчлена на линейные множители, имеющее вид

$$x^2 + (b + 2a)x + b = \left(x - \frac{b}{a}\right)^2, \ a \cdot b \neq 0.$$

Для найденных значений a и b укажите, при каких значениях x выражение $x^2 + (b + 2a)x + b$ достигает наименьшего значения.

21. Найдите все значения параметра k, при которых расстояние между вершинами парабол $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}kx - 1$ и $g(x) = 2x^2 + \frac{3}{2}kx - 1$ равно 3.

Вариант №10

Часть 1

1. Найдите наибольшее из чисел: $\frac{1}{4}$; 0,24; $\frac{1}{8}$; −0,26.

1) $\frac{1}{4}$ 2) 0,24 3) $\frac{1}{8}$ 4) −0,26

2. Расположите в порядке убывания числа: $\sqrt{0{,}25}$; $2\sqrt{0{,}0025}$; $\sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}05}$.

1) $\sqrt{0{,}25}$; $2\sqrt{0{,}0025}$; $\sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}05}$
2) $2\sqrt{0{,}0025}$; $\sqrt{0{,}25}$; $\sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}05}$
3) $\sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}25}$; $\sqrt{0{,}05}$; $2\sqrt{0{,}0025}$
4) $\sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}05}$; $2\sqrt{0{,}0025}$; $\sqrt{0{,}25}$

3. В книге 275 страниц. Саша прочитал 32 страницы. Сколько примерно процентов от общего количества страниц прочитал Саша?

1) 9% 2) 1% 3) 30% 4) 12%

4. Найдите значение выражения $a - \frac{b+c}{a}$ при $a = -0{,}3$; $b = 2{,}7$; $c = -1{,}2$.

1) 4,7 2) −5,3 3) −13,3 4) 12,7

5. Стоимость четырёх ручек 25 рублей. Сколько рублей надо заплатить за a ручек?

1) $\frac{25 \cdot a}{4}$ 2) $\frac{25}{a} \cdot 4$ 3) $\frac{4a}{25}$ 4) $\frac{25 - a}{4}$

6. Какое из перечисленных ниже выражений тождественно равно выражению $5x^2 - 15x$?

1) $10x^2$ 2) $x - 3$ 3) $5x(x - 3)$ 4) $x(x - 10)$

7. Упростите выражение: $\frac{2x}{9} + \frac{4x}{3}$.

1) $\frac{x}{3}$ 2) $\frac{14x}{9}$ 3) $\frac{2x}{3}$ 4) $\frac{10x}{9}$

8. Найдите значение выражения $\frac{5^{-3} \cdot 9}{5^{-2} \cdot 3^{-2}}$.

1) 16,2 2) 405 3) 1,8 4) 1,08

9. Решите уравнение: $(11x - 3)2 + 5 = 3 + 2x$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -3x + 2$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 10$ в точках A и B (см. рис. 43). Найдите координаты точки A.

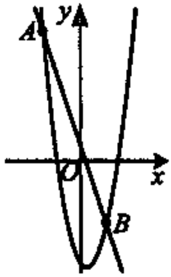

Рис. 43.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «В комплект учебников по математике входят три книги. Первая и вторая книги из комплекта стоят 320 рублей. Третья книга в 1,5 раза дешевле второй и на 50 рублей дешевле стоимости первой.» Какая из систем соответствует условию задачи, если буквами x и y обозначены стоимости третьей и первой книг из комплекта соответственно?

1) $\begin{cases} 1{,}5x = 320 - y, \\ x = y + 50 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 50 + x = 320 - y, \\ 1{,}5x = y \end{cases}$

3) $\begin{cases} 1{,}5x = 320 - y, \\ 50 + x = y \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 1{,}5y = 320 + x, \\ 50 - y = x \end{cases}$

12. Укажите все значения x, при которых прямая $y = x + \frac{1}{2}$ лежит не ниже прямой $y = 3x - \frac{1}{2}$.

1) $x \geqslant 1$ 2) $x \leqslant 2$ 3) $x \leqslant \frac{1}{2}$ 4) $x \geqslant \frac{3}{4}$

13. Решите неравенство: $\frac{x+3}{x^2+1} \geqslant 1$.

1) $[-1; 2]$ 2) $(-\infty; -1]$ 3) $[-1; +\infty)$ 4) $(-2; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n — го

члена, поставьте в соответствие сумму членов прогрессии с 3 по 5 включительно.

А) $a_n = -2{,}5 + 5n$ Б) $a_n = 1{,}5 - 3n$ В) $a_n = -2 + 1{,}5n$.

1) 12 2) 72,5 3) 52,5 4) $-31{,}5$

Ответ:

А	Б	В

15. Укажите все значения параметра c, при которых график функции $y = -5x^2 + 5x + c$ пересекает только положительную часть оси абсцисс.

1) $c \geqslant -1{,}25$ 2) $-1{,}25 < c < 0$ 3) $c < 0$ 4) c – любое число

16. На графиках (см. рис. 44) изображены зависимость стоимости (в руб.) кирпичной кладки от количества квадратных метров (1) и зависимость предоставляемой скидки (в руб.) от объёма выполненных работ (2). Определите стоимость работ (в руб.) объёмом 30 м^2 с учётом скидки.

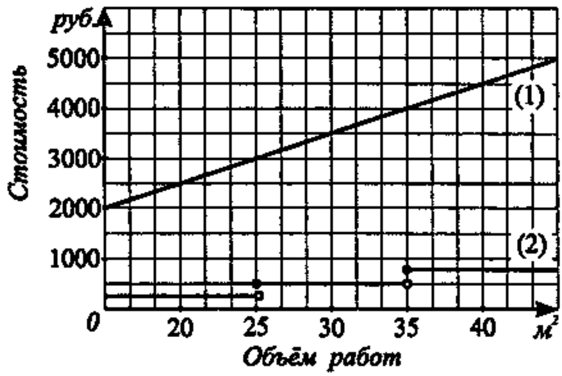

Рис. 44.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график параболы $y = x^2 - 3x - 4$. Найдите расстояние от вершины параболы до оси абсцисс.

18. Решите уравнение: $x^2 - 3\sqrt{5}x + 5 = 0$. В ответе укажите сумму квадратов корней уравнения.

19. Разность арифметической прогрессии равна 3, а сумма её первых шести членов равна 52,2. Чему равна сумма следующих четырёх членов (с 7 по 10 включительно) этой прогрессии?

20. Найдите все значения a и b, при которых существует разложение квадратного трёхчлена на линейные множители, имеющее вид

$x^2 + \left(\frac{1}{a} - 2a\right)x + \frac{a}{b} = (x+a)^2, a \cdot b \neq 0.$

Для найденных значений a и b укажите, при каких значениях x выражение $x^2 + \left(\frac{1}{a} - 2a\right)x + \frac{a}{b}$ достигает наименьшего значения.

21. Найдите все значения параметра k, при которых расстояние между вершинами парабол $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + kx - 3$ и $g(x) = -x^2 + 2kx - 3$ равно 1.

Вариант №11

Часть 1

1. Какие из указанных чисел удовлетворяют неравенству $-\frac{1}{2} < x < 2\frac{2}{3}$: $-0{,}53; 2{,}8; -0{,}3; 2{,}593$?

1) все 2) $-0{,}3; 2{,}593$ 3) $-0{,}3; 2{,}8$ 4) $-0{,}3; -0{,}53$

2. Найдите значение выражения $\sqrt{49} + 2 \cdot \sqrt{0{,}09}$.

Ответ: ______

3. При покупке за наличные холодильник стоит 7 тысяч рублей. При покупке в кредит на 3 месяца он стоит 8050 рублей. На сколько процентов больше заплатят за холодильник, если купят его в кредит, а не за наличные?

Ответ: ______

4. Найдите значение выражения $2{,}85x - 2{,}85y + 2{,}85k$ при $x = 2\frac{1}{2}$; $y = 0{,}3$; $k = -0{,}2$.

Ответ: ______

5. Коту в день дают n г «Вискаса». На сколько дней ему хватит пачки весом k кг?

1) $\frac{1000k}{n}$ 2) $\frac{k}{1000n}$ 3) $\frac{1000n}{k}$ 4) $\frac{k}{n}$

6. Укажите верное равенство.

1) $(a+5)(a-5) = a^2 + 25$ 2) $(a+5)^2 = a^2 + 25$

3) $a(a-y) = a^2 - y$ 4) $8x - 8y = -8(y - x)$

7. Упростите выражение $a - \dfrac{a^2}{a+5}$.

1) $\dfrac{a-a^2}{a+5}$ 2) $\dfrac{5}{a+5}$ 3) $\dfrac{5a}{a+5}$ 4) $\dfrac{2a^2-5a}{a+5}$

8. Найдите значение выражения $\dfrac{8{,}2\cdot 4^{-12}}{4{,}1\cdot 4^{-11}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\dfrac{1}{3}(x-5) = \dfrac{1}{2}(x+4)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = 3x - 4$ пересекает параболу $y = 2x^2 - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки с большей абсциссой.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Периметр прямоугольника равен 20 см, диагонали — 8 см. Найдите длины сторон прямоугольника.»
Если ввести обозначения длин сторон a см и b см, то какая система соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} a+b=20, \\ a^2+b^2=64. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 64-a^2=b^2, \\ 2(a+b)=20. \end{cases}$

3) $\begin{cases} ab=10, \\ a^2+b^2=64. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2(a+b)=20, \\ a^2+64=b^2. \end{cases}$

12. Решите неравенство $2(x+7) - 8x > x + 7$.

1) $x < 1$ 2) $x > 1$ 3) $x > 0$ 4) $x < \dfrac{21}{5}$

13. Решите неравенство $x^2 + 5x + 4 < 0$.

1) $(-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$ 2) $(-4; -1)$ 3) $(-1; +\infty)$ 4) $(-\infty; -4)$

14. Найдите четвёртый член арифметической прогрессии, если известны её первые два члена. В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер ответа.

А) $a_1 = 1; a_2 = 3$ Б) $a_1 = -5; a_2 = -4$ В) $a_1 = 7; a_2 = 6$

1) 4,5 2) -2 3) 7 4) 4

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 45?

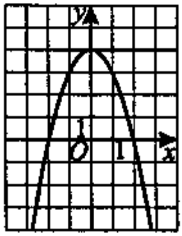

Рис. 45.

1) $y = x^2 - 4$ 2) $y = x^2 + 4$ 3) $y = -x^2 + 4x + 4$ 4) $y = -x^2 + 4$

16. На рисунках показаны графики роста продаж в разных магазинах (см. рис. 46). На каком графике объём продаж (в рублях) с начала года по третий месяц включительно был наибольшим?

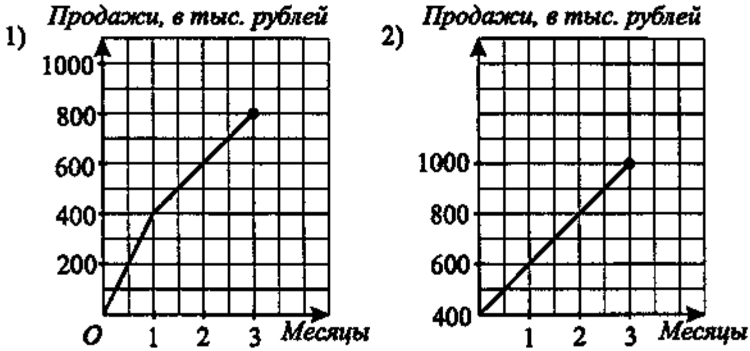

Рис. 46.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте графики функций $y = 1\frac{1}{2}x^2 - 6x + 1$ и $y = 1 - 3x$ и укажите координаты точек их пересечения.

18. Найдите число корней уравнения $x^2 + 3\sqrt{5}x = x - 8$.

19. Найдите разность между суммами членов последовательности с чётными номерами и с нечётными, если её первый член равен 3, каждый следующий вдвое больше предыдущего, а наибольший член не превышает 3000.

20. Найдите наименьшее значение выражения
$(6x + 2y - 1)^2 + x^2 - 4xy + 4y^2 + 5$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ в двух различных точках пересекает линию, заданную условием

$$\begin{cases} 4x + 7, \text{ если } x < -2, \\ -1, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -3x + 5, \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Вариант №12

Часть 1

1. Какие из указанных чисел удовлетворяют неравенству $-1\frac{1}{3} < x < 2\frac{1}{4}$: $-1{,}5; 2{,}44; -1{,}299; 0{,}22$?

1) $-1{,}299$; $0{,}22$ 2) все 3) $0{,}22$; $-1{,}5$ 4) $-1{,}299$; $2{,}44$

2. Найдите значение выражения $3\sqrt{121} + \sqrt{0{,}04}$.

Ответ: ______

3. В декабре стиральная машина стоила 8500 рублей. В январе она стала стоить на 12% больше. Сколько рублей стала стоить стиральная машина в январе?

Ответ: ______

4. Найдите значение выражения $8{,}8a + 8{,}8b - 8{,}8c$ при $a = 3{,}8$; $b = -0{,}3$; $c = 2\frac{1}{2}$.

Ответ: ______

5. Попугай съедает 1 килограмм корма в день. Сколько килограммов корма он съест за a недель?

1) $\frac{ka}{1000}$ 2) $\frac{7ka}{1000}$ 3) $\frac{1000ak}{7}$ 4) $\frac{k}{7a}$

6. Отметьте все выражения, преобразованные в тождественно равные.

1) $(a + 3)(a - 3) = (a + 3)a^2$ 2) $(a + 8)^2 = a^2 + 64 - 16a$

3) $x^3 - xy = x(x^2 - y)$ 4) $3a - 3b = 3(b - a)$

7. Упростите выражение $\dfrac{2x}{x-2} - x$.

1) $\dfrac{-x^2}{x-2}$ 2) $\dfrac{4x-x^2}{x-2}$ 3) $-2-x$ 4) $\dfrac{x}{x-2}$

8. Найдите значение выражения $\dfrac{3{,}7\cdot 5^{-7}}{7{,}4\cdot 5^{-8}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\dfrac{1}{4}(x+7) = \dfrac{1}{7}(2+x)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = 2x+1$ пересекает параболу $y = 3x^2 + x - 1$ в двух точках. Вычислите координаты точки с большей абсциссой.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 30 см^2, а диагональ — 8 см.»
Укажите систему, соответствующую условию задачи, если a см и b см обозначают длины сторон.

1) $\begin{cases} ab = 30, \\ a^2 + b^2 = 64. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2(a+b) = 30, \\ a^2 + b^2 = 64. \end{cases}$

3) $\begin{cases} ab = 30, \\ 2(a+b) = 64. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ab = 30, \\ a^2 = b^2 + 64. \end{cases}$

12. Решите неравенство $3x - 5(x-2) < x - 2$.

1) $x < 4$ 2) $x > -\dfrac{8}{3}$ 3) $x > -8$ 4) $x > 4$

13. Решите неравенство $x^2 + 8x + 7 > 0$.

1) $(-\infty; -7)$ 2) $(-1; +\infty)$ 3) $(-7; -1)$ 4) $(-\infty; -7) \cup (-1; +\infty)$

14. Найдите четвёртый член геометрической прогрессии, если известны её первые два члена. В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер ответа.

А) $b_1 = 1;\ b_2 = 3$ Б) $b_1 = 16;\ b_2 = 4$ В) $b_1 = 2;\ b_2 = 4$

1) 27 2) 16 3) 0,25 4) 18

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 47?

1) $y = 2x^2 - 4x + 1$ 2) $y = x^2 + 2x + 3$

3) $y = -x^2 - 2x + 3$ 4) $y = -x^2 + 2x + 3$

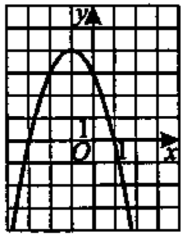

Рис. 47.

16. На рисунках показаны графики движения двух теплоходов по реке (см. рис. 48). У какого теплохода средняя скорость была наибольшей?

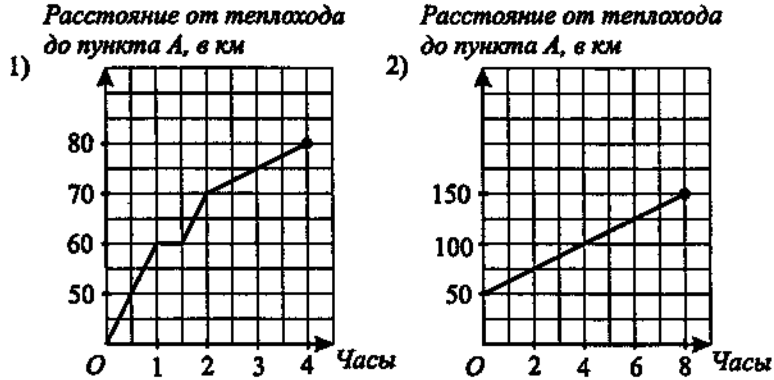

Рис. 48.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте графики функций $y = 1\frac{1}{2}x^2 + 9x - 8$ и $y = 6x - 8$ и укажите координаты точек их пересечения.

18. Найдите число корней уравнения $x^2 + 2x = 5\sqrt{3}x - 14$.

19. Найдите разность между суммами членов последовательности с чётными номерами и с нечётными, если её первый член равен 2, каждый последующий втрое больше предыдущего, а наибольший член не превышает 5000.

20. Найдите наименьшее значение выражения
$(3x+5y-2)^2+9x^2-6xy+y^2+4$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения a, при которых прямая $y=ax$ пересекает гиперболу $y=-\dfrac{5}{x}$ в двух различных точках.

Вариант №13

Часть 1

1. Укажите такое число x, которое удовлетворяет следующему неравенству $0{,}81 < x < 0{,}82$.

1) 0,9 2) 0,8099 3) 0,8105 4) 0,0817

2. Расположите в порядке убывания числа: $2\sqrt{10}$; 6,5; $\sqrt{41}$.

1) $2\sqrt{10}$; $\sqrt{41}$; 6,5 2) $\sqrt{41}$; $2\sqrt{10}$; 6,5
3) $2\sqrt{10}$; 6,5; $\sqrt{41}$ 4) 6,5; $\sqrt{41}$; $2\sqrt{10}$

3. При транспортировке 3,2 тонн винограда потери составили 160 кг. Сколько процентов от исходного количества составляет потерянный виноград?

1) 20% 2) 2% 3) 5% 4) 50%

4. Найдите значение выражения $\dfrac{m}{n-k}$ при $m=-12{,}6$; $n=1{,}9$; $k=-2{,}3$.

Ответ: ______

5. В зале кинотеатра a рядов, в каждом ряду b мест. Цена билета в кинотеатр на вечерний сеанс составляет 100 рублей, а на дневной сеанс — на c рублей меньше. Какова выручка кинотеатра за дневной сеанс, если зал заполнен на одну треть?

1) $\dfrac{ab(100-c)}{3}$ 2) $\dfrac{ab(c-100)}{3}$ 3) $\dfrac{a(100-c)}{3b}$ 4) $3ab(100-c)$

6. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\dfrac{x-3y}{x+3y}$.

1) $\dfrac{3y-x}{3y+x}$ 2) $\dfrac{3y-x}{-(x+3y)}$ 3) $\dfrac{3y-x}{x-3y}$ 4) $\dfrac{3y+x}{3y-x}$

7. Упростите выражение $\dfrac{7}{2y}-\dfrac{2}{y}$.

1) $\dfrac{5}{2y^2}$ 2) $\dfrac{3}{2y}$ 3) $\dfrac{3}{y}$ 4) $\dfrac{5}{2}$

8. Площадь территории Ростовской области составляет $1{,}008\cdot10^5$ км^2, а Краснодарского края — $7{,}55\cdot10^4$ км^2. Во сколько раз территория Ростовской области больше территории Краснодарского края?

1) примерно в 1,3 раза 2) примерно в 13 раз

3) примерно в 0,13 раз 4) примерно в 130 раз

9. Решите уравнение $3(x-2)=6-2(x+1)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y=-x$ пересекает параболу $y=x^2-6$ в двух точках (см. рис. 49). Вычислите координаты точки A.

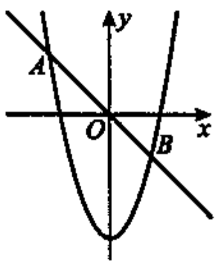

Рис. 49.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Студент получил стипендию 1000 рублей купюрами достоинством 100 рублей и 50 рублей. Всего в руках оказалось 13 купюр. Сколько было выдано студенту сторублёвых и пятидесятирублёвых купюр в отдельности?»

Пусть x и y — количества купюр, выданных студенту. Причём x — количество сторублёвых купюр, а y — пятидесятирублёвых купюр. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 13(50x+100y)=1000, \\ x+y=13. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 150(x+y)=1000, \\ x+y=13. \end{cases}$

3) $\begin{cases} 100x+50y=1000, \\ x+y=13. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 50x+100y=1000, \\ x+y=13. \end{cases}$

12. Решите неравенство $3x-5(2x+1)>9$.

1) $x<2$ 2) $x<-2$ 3) $x>-2$ 4) $x>2$

13. На рисунке 50 изображён график функции $y=-x^2+4x$. Используя график, решите неравенство $-x^2+4x>0$.

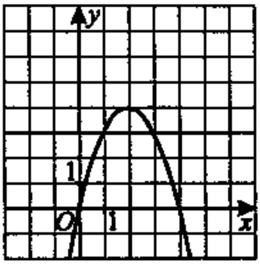

Рис. 50.

1) $(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$ 3) $(0;4)$ 4) $[0;4]$

14. Какая из последовательностей, заданных формулами n-го члена, является возрастающей?

1) $a_n=5-2n$ 2) $a_n=2+\dfrac{1}{n+1}$ 3) $a_n=2-\dfrac{1}{n+1}$ 4) $a_n=n-n^2$

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 51?

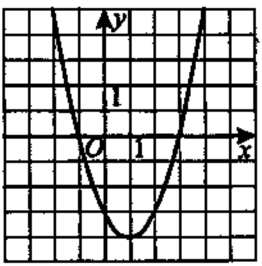

Рис. 51.

1) $y=x^2+2x-3$ 2) $y=x^2+4x-3$

3) $y=x^2-4x-3$ 4) $y=x^2-2x-3$

16. На графиках (см. рис. 52) показано, как во время соревнований по биатлону между лыжницами А и В проходила гонка. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала гонки, а по вертикальной — число километров, пройденное лыжницами.) Кто из лыжниц был впереди в период с 30-ой до 50-ой минуты? На сколько километров лидер обошла свою соперницу к 50-й минуте?

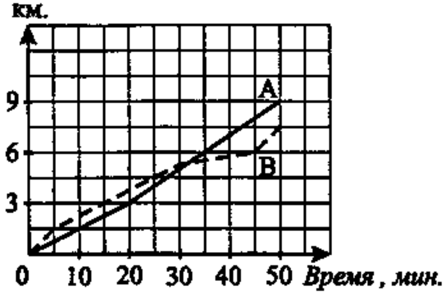

Рис. 52.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}x + 2x = -7$.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 120, которые делятся на 3, но не делятся на 2.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(2x-3y-3)^2+(2x-2y-5)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения a, при которых прямая $y = a$ имеет одну общую точку с графиком функции

$$y = \begin{cases} |x|, \text{ если } x \leqslant 1, \\ \sqrt{x}, \text{ если } 1 < x \leqslant 4, \\ \dfrac{8}{x}, \text{ если } x > 4. \end{cases}$$

Вариант №14

Часть 1

1. Укажите такое число x, которое удовлетворяет неравенству $0{,}31 < x < 0{,}32$
   1) 0,301 2) 0,3099 3) 0,0328 4) 0,3105
2. Расположите в порядке возрастания числа: $3\sqrt{5}$; 6,5; $\sqrt{46}$.
   1) $3\sqrt{5}$; 6,5 $\sqrt{46}$; 2) $3\sqrt{5}$; $\sqrt{46}$; 6,5
   3) 6,5; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{46}$ 4) $\sqrt{46}$; 6,5; $3\sqrt{5}$
3. При транспортировке винограда в магазин потери составили 160 кг, что составляет 5% от исходного количества. Сколько тонн винограда везли в магазин?
   1) 320 т 2) 8 т 3) 5 т 4) 3,2 т
4. Найдите значение выражения $\dfrac{m+k}{n}$ при $m = -12{,}6$; $n = 1{,}49$; $k = -2{,}3$.
   Ответ: ______
5. В зале кинотеатра a рядов, в каждом ряду b мест. Цена билета в кинотеатр на дневной сеанс составляет 50 рублей, а на вечерний сеанс — на c рублей больше. Какова выручка кинотеатра за вечерний сеанс, если зал заполнен наполовину?
   1) $\dfrac{ab(50+c)}{2}$ 2) $\dfrac{ab(c-50)}{2}$ 3) $\dfrac{a(50+c)}{2b}$ 4) $2ab(50+c)$
6. Укажите выражение, тождественно равное $(x-3y)(x-3y)$.
   1) x^2-9y^2 2) x^2+9y^2 3) $x^2+6xy-9y^2$ 4) $x^2-6xy+9y^2$
7. Упростите выражение $\dfrac{7}{2y}+\dfrac{2}{y}$.
   1) $\dfrac{9}{2y^2}$ 2) $\dfrac{9}{2y}$ 3) $\dfrac{11}{y}$ 4) $\dfrac{11}{2y}$
8. Площадь территории Ростовской области составляет $1{,}008 \cdot 10^5$ км^2, а площадь Бельгии $3{,}051 \cdot 10^4$ км^2. Во сколько раз территория Ростовской области больше территории Бельгии?
   1) примерно в 33 раза 2) примерно в 0,3 раза
   3) примерно в 3,3 раза 4) примерно в 330 раз
9. Решите уравнение $3-(x-2) = 6-2(x+1)$.
   Ответ: ______

10. Прямая $y = x$ пересекает параболу $y = -x^2 + 6$ в двух точках. Вычислите координаты точки B (см. рис. 53).

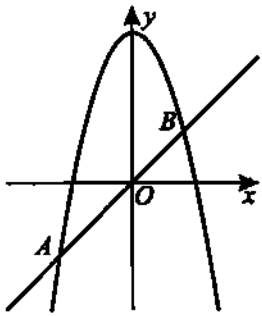

Рис. 53.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Студент получил стипендию 1000 рублей купюрами достоинством 100 рублей и 50 рублей, причём 50-рублевых купюр было в два раза больше, чем 100-рублевых. Сколько было выдано студенту сторублёвых и пятидесятирублёвых купюр в отдельности?»

Пусть x и y — количества купюр, выданных студенту. Причём x — количество пятидесятирублёвых купюр, а y — сторублёвых купюр. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 50x + 100y = 1000, \\ 2x = y. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 100x + 50y = 1000, \\ x = 2y. \end{cases}$

3) $\begin{cases} 150(x + 2y) = 1000, \\ x = 2y. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 50x + 100y = 1000, \\ x = 2y. \end{cases}$

12. Решите неравенство $3 - 5(2x + 1) > 8$.

1) $x < 1$ 2) $x < -1$ 3) $x > 1$ 4) $x > -1$

13. На рисунке 54 изображён график функции $y = -x^2 + 4x$. Используя график, решите неравенство $-x^2 + 4x \leqslant 0$.

1) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$ 3) $(0; 4)$ 4) $[0; 4]$

14. Какая из последовательностей, заданных формулами, является убывающей, а какая является арифметической прогрессией?

А) $a_n = 5 + 2n$ Б) $a_n = 2 + \dfrac{1}{n+1}$ В) $a_n = 2 - \dfrac{1}{n+1}$ Г) $a_n = n + n^2$

1) Б; А 2) В; А 3) Б; Г 4) Г; В

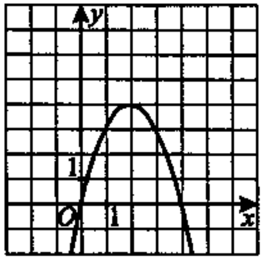

Рис. 54.

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 55?

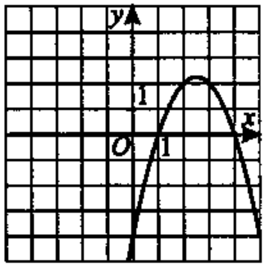

Рис. 55.

1) $y = -x^2 - 5x - 4$ 2) $y = -x^2 - 5x + 4$
3) $y = -x^2 + 5x - 4$ 4) $y = x^2 + 5x - 4$

16. На графиках показано, как во время соревнований по биатлону между лыжницами А и В проходила гонка. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала гонки, а по вертикальной — число километров, пройденное лыжницами.) Кто из лыжниц был впереди в период с 25-ой до 45-ой минуты? Какое было наибольшее отставание одной лыжницы от другой на протяжении гонки?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 3$. Укажите наибольшее значение этой функции.

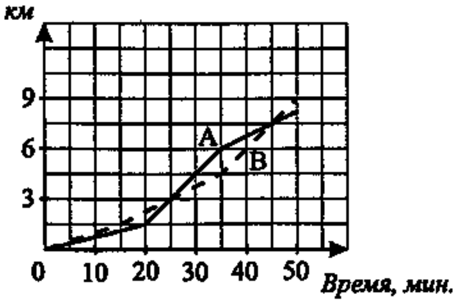

Рис. 56.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + 3\sqrt{2}x + x = -7$.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые делятся на 5, но не делятся на 2.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(x+2y-8)^2+(3x-2y+16)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения a, при которых прямая $y = a$ имеет одну общую точку с графиком функции

$$y = \begin{cases} -|x|, \text{ если } x \leqslant 1, \\ -\sqrt{x}, \text{ если } 1 < x \leqslant 4; \\ -\dfrac{8}{x}, \text{ если } x > 4. \end{cases}$$

Вариант №15

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа 0,792; $\frac{4}{5}$; 0,27.

1) 0,27; $\frac{4}{5}$; 0,792 2) 0,27; 0,792; $\frac{4}{5}$

3) $\frac{4}{5}$; 0,792; 0,27 4) 0,792; $\frac{4}{5}$; 0,27

2. Укажите рациональное число среди данных:
$\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$; $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$.

1) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 2) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

3) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 4) нет рационального числа

3. Смололи 1500 т пшеницы и получили 1230 т муки. Сколько процентов всей пшеницы составляет мука?

1) 4% 2) 18% 3) 82% 4) 96%

4. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+b^2}$, если $a = 0{,}9$ и $b = 1{,}2$.

Ответ: ______

5. На покраску одного квадратного метра пола требуется n г краски. Сколько кг краски потребуется для покраски пола площадью m м^2?

1) $\frac{nm}{1000}$ 2) $1000nm$ 3) nm 4) $\frac{nm}{100}$

6. Запишите в виде многочлена выражение $(2x-3)^2 - (x-1)(x+1)$.

1) $3x^2 - 8$ 2) $3x^2 - 12x + 10$

3) $3x^2 - 12x + 8$ 4) $3x^2 - 6x + 10$

7. Выполните сложение дробей $\frac{-x}{x-1} + \frac{x+1}{x}$.

1) $\frac{1}{x-1}$ 2) $-\frac{1}{x(x-1)}$ 3) $\frac{2x}{x(x-1)}$ 4) $\frac{1}{x(x-1)}$

8. Найдите частное $(4{,}9 \cdot 10^{-6}) : (3{,}5 \cdot 10^{-4})$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x + 3 = 4(x-1) - 3$.

Ответ: ______

10. Прямая пересекает параболу в двух точках A и B (см. рис. 57). Вычислите координаты точки A.

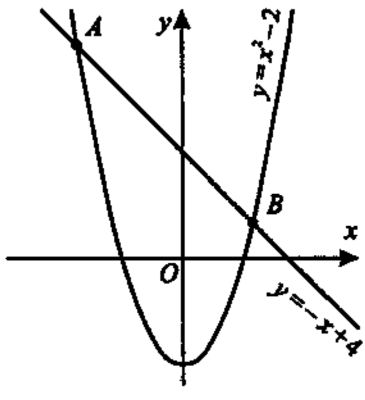

Рис. 57.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Диагональ прямоугольника равна 10 см. Длины его смежных сторон относятся как 3 : 4. Найдите длины сторон этого прямоугольника».

Пусть a и b — длины сторон прямоугольника (в см), причём $a > b$. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} a+b=10, \\ \frac{a}{b}=\frac{3}{4}. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a+b=10, \\ \frac{a}{b}=\frac{4}{3}. \end{cases}$

3) $\begin{cases} a^2+b^2=100, \\ 4a=3b. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a^2+b^2=100, \\ 3a=4b. \end{cases}$

12. Решите неравенство $\frac{2x-3}{3} > \frac{x+2}{2} - 1$.

1) $x > 6$ 2) $x > -6$ 3) $x > 11$ 4) $x > -1$

13. Используя график функции $y = x^2 - 2x - 3$, изображённый на рисунке 58, решите неравенство $x^2 > 2x + 3$.

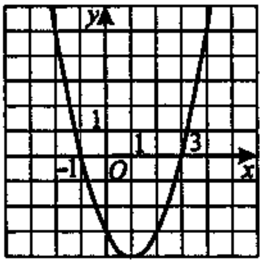

Рис. 58.

1) $(3; +\infty)$ 2) $(-\infty; -1)$ 3) $(-1; +\infty)$ 4) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии укажите её разность d.

А) 1,2; 2,8; 4,4; ... Б) 4,7; 3,1; 1,5; ... В) 1,6; 2,8; 4,0; ...

1) $d = -1{,}6$ 2) $d = 1{,}6$ 3) $d = 4{,}7$ 4) $d = 1{,}2$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 59?

1) $y = (x-2)^2 - 3$ 2) $y = (x+2)^2 - 3$

3) $y = (x-2)^2 + 3$ 4) $y = (x+2)^2 + 3$

16. Фермер собирает урожай пшеницы двух сортов: «Юбилейный» и «Элитный». На графиках (см. рис. 60) показано, как это происходило

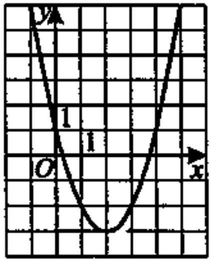

Рис. 59.

ежедневно в течение всей уборки. По горизонтальной оси откладывается время с начала уборки в днях; по вертикальной — количество зерна, собранного за это время, в тоннах. Сколько тонн пшеницы обоих сортов было собрано фермером за первые 7 дней уборки урожая?

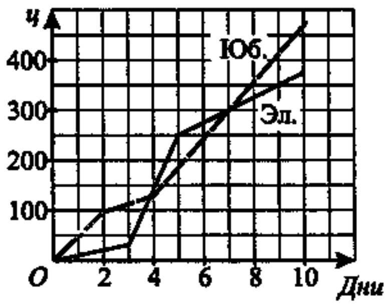

Рис. 60.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 9$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + \sqrt{23}(x+1) = x + 1$.

19. Найдите сумму всех чётных трёхзначных чисел, которые делятся на 17.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$\sqrt{x^2 + xy + 4} + \sqrt{xy + y^2 - 8}$

и укажите, при каких значениях x и y оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = |x-3| + |x+3| - 3$ в двух различных точках.

Вариант №16

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа 0,53; $\frac{3}{5}$; 0,35.

1) 0,35; $\frac{3}{5}$; 0,53 2) 0,35; 0,53; $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{3}{5}$; 0,53; 0,35 4) $\frac{3}{5}$; 0,35; 0,53

2. Укажите рациональное число среди данных:
$\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$, $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$, $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$.

1) $\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ 2) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$
3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ 4) нет рационального

3. В школе 600 учеников, из них 282 девочки. Сколько процентов учащихся этой школы составляют девочки?

1) 47% 2) 48% 3) 52% 4) 53%

4. Найдите значение выражения $\sqrt{c^2 - a^2}$ при $a = 1{,}2$ и $c = 1{,}3$.

Ответ: ______

5. Автомобиль расходует a л бензина на 100 км. Сколько литров бензина расходует этот автомобиль для пробега b км?

1) $100ab$ 2) $\frac{ab}{100}$ 3) $\frac{a}{100b}$ 4) $\frac{100a}{b}$

6. Запишите в виде многочлена выражение $(x-1)^2 - (2x-3)(2x+3)$.

1) $-3x^2 + 10$ 2) $-3x^2 + 2x + 10$
3) $-3x^2 - 2x - 8$ 4) $-3x^2 - 2x + 10$

7. Выполните вычитание дробей $\frac{2}{x} - \frac{x}{2}$.

1) $\frac{2x}{x-2}$ 2) $\frac{2-x}{2x}$ 3) $\frac{2-x}{x}$ 4) $\frac{4-x^2}{2x}$

8. Найдите сумму $2{,}3 \cdot 10^{-3} + 3{,}2 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $3(x-4) + 2 = 5x - 4$.

Ответ: ______

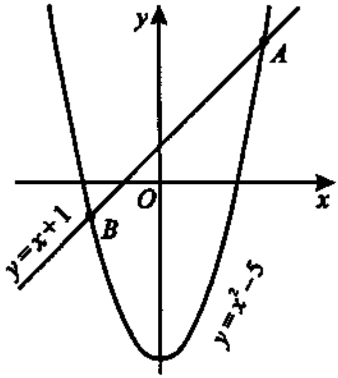

Рис. 61.

10. Прямая пересекает параболу в двух точках (см. рис. 61). Вычислите координаты точки B.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольника равна 40 см^2. Длины его смежных сторон относятся как 2 : 5. Найдите длины сторон этого прямоугольника».

Пусть a и b — длины сторон прямоугольника (в см), причём $a > b$. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 2(a+b) = 40, \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{2}. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ab = 40, \\ 5a = 2b. \end{cases}$

3) $\begin{cases} ab = 40, \\ 2a = 5b. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2(a+b) = 40, \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{5}. \end{cases}$

12. Решите неравенство $\dfrac{3x-2}{4} > \dfrac{2x+3}{3} - 2$.

1) $x > 16$ 2) $x > -6$ 3) $x > 6$ 4) $x > -23$

13. Используя график функции $y = -x^2 - 3x + 4$, изображённый на рисунке 62, решите неравенство $-x^2 > 3x - 4$.

1) $(-4; 1)$ 2) $(1; +\infty)$ 3) $(-\infty; -4)$ 4) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии укажите её разность d.

А) 1,3; 2,7; 4,1; … Б) 1,4; 2,7; 4,0; … В) 4,2; 2,9; 1,6; …

1) $d = -1,3$ 2) $d = 1,3$ 3) $d = 1,4$ 4) $d = 4,2$

Ответ:

А	Б	В

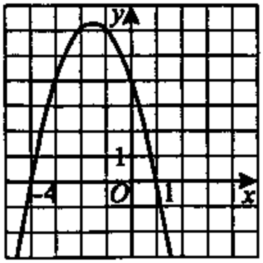

Рис. 62.

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 63?

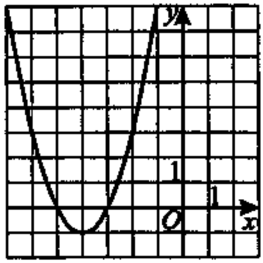

Рис. 63.

1) $y = (x-4)^2 - 1$ 2) $y = (x-4)^2 + 1$
3) $y = (x+4)^2 - 1$ 4) $y = (x+4)^2 + 1$

16. Фермер собирает урожай подсолнечника двух сортов: «Янтарный» и «Солнечный». На графиках (см. рис. 64) показано, как это происходит ежедневно в течение всей уборки. По горизонтальной оси откладывается время с начала уборки в днях; по вертикальной — количество семян, собранных за это время, в центнерах. Сколько центнеров семян подсолнечника обоих сортов было собрано за первые 9 дней уборки?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$. Укажите наименьшее значение этой функции.

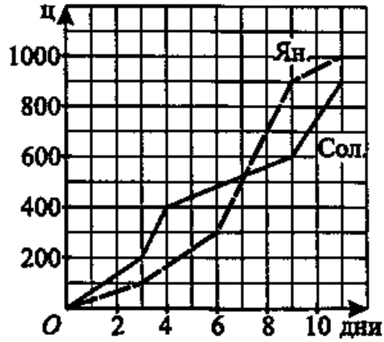

Рис. 64.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + \sqrt{26}(x+1) = x+1$.

19. Найдите сумму всех трёхзначных нечётных чисел, сумма цифр которых делится на 9.

20. Найдите наименьшее значение выражения
$\sqrt{x^2 - xy - 12} + \sqrt{y^2 - xy - 4}$
и укажите, при каких значениях x и y оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = |x+2| + |x-4| - 4$ в двух различных точках.

Вариант №17

Часть 1

1. Укажите номер неверного неравенства:

1) $0{,}02 > 0{,}005$ 2) $10{,}08 < 10{,}11$ 3) $0{,}307 > 0{,}073$ 4) $1{,}0702 > 1{,}107$

2. Какое из чисел $\sqrt{0{,}081}$, $\sqrt{81000}$, $\sqrt{810000}$ является рациональным?

1) $\sqrt{0{,}081}$ 2) $\sqrt{81000}$ 3) $\sqrt{810000}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Если в среднем человек спит 7 часов в сутки, то сколько процентов времени за всю жизнь он проводит во сне? Ответ округлите до целых.

1) 7% 2) 29% 3) 70% 4) 34%

4. Найдите значение выражения $\dfrac{7a-b}{c+a}$ при $a = 2{,}5$; $b = -1{,}5$; $c = -3{,}5$.

Ответ: ______

5. Одна сотка земельного участка стоит n тысяч рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости m соток этого участка (в рублях).

1) $1000nm$ 2) $\dfrac{mn}{1000}$ 3) mn 4) $\dfrac{1000m}{n}$

6. Укажите номер верно преобразованного выражения:

1) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ 2) $(x+y)y = x + y^2$
3) $(x+y)(x-y) = y^2 - x^2$ 4) $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

7. Упростите выражение $\dfrac{1}{a} - \dfrac{12}{7a}$.

1) $-\dfrac{5}{7}$ 2) $-\dfrac{11}{7a^2}$ 3) $\dfrac{11}{6a}$ 4) $-\dfrac{5}{7a}$

8. Вычислите $\dfrac{12{,}2 \cdot 10^{-10}}{0{,}2 \cdot 10^{-12}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $4 - (x - 5) = 5x - 21$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -\frac{1}{2}x$ пересекает параболу $y = x^2 - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки A (см. рис. 65).

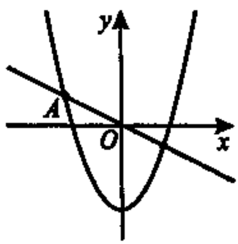

Рис. 65.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Велосипедист съездил от берега реки до ближайшего магазина, расстояние между которыми 20 км. и вернулся обратно, потратив на дорогу всего 2 часа. С какой скоростью он ехал в магазин, если обратно он ехал вдвое медленнее?»

Пусть v_1 км/ч — скорость, с которой велосипедист ехал в магазин, а v_2 км/ч — скорость на обратном пути. Какая из приведённых ниже систем уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 2v_1 = v_2, \\ \dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2} = \dfrac{2}{20}. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2v_2 = v_1, \\ \dfrac{20}{v_1} + \dfrac{20}{v_2} = 2. \end{cases}$

3) $\begin{cases} v_1 = 2v_2, \\ 2v_1 + 2v_2 = 20. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} v_1 = 2v_2, \\ 20v_1 + 20v_2 = 2. \end{cases}$

12. Решите неравенство $29x - 5(x+5) < -1$.

1) $x < -\frac{1}{4}$ 2) $x < -\frac{25}{24}$ 3) $x < 1$ 4) $x < -2$

13. Решите неравенство $7(x^2 - 1) \leqslant 0$.

1) $-1 \leqslant x \leqslant 1$ 2) $-7 \leqslant x \leqslant 7$ 3) $x \geqslant 1$ 4) $x \leqslant -1, x \geqslant 1$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной вторым и четвёртым членами, укажите третий член.

А) $a_2 = 25, a_4 = 31$ Б) $b_2 = -3, b_4 = -7$ В) $c_2 = 17, c_4 = 27$

1) 22 2) -2 3) -5 4) 28

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 66?

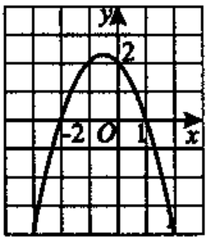

Рис. 66.

1) $y = x^2 + x - 2$ 2) $y = -x^2 - x + 2$

3) $y = x^2 - x - 2$ 4) $y = -x^2 + x + 2$

16. На графиках (см. рис. 67) показано количество зрителей, посетивших кинотеатры A и B в течение недели. (По горизонтальной оси откладываются дни недели, по вертикальной — количество человек, посетивших кинотеатры.) Сколько всего кинолюбителей было в двух кинотеатрах вместе в субботу?

Ответ: ______

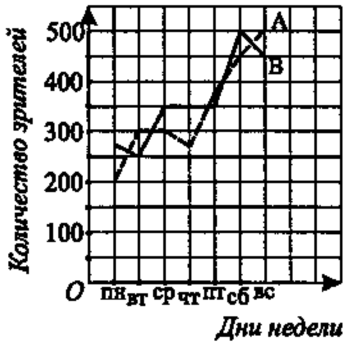

Рис. 67.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -(12x + 3x^2 + 5)$ и укажите её наибольшее значение.

18. Выясните, имеет ли уравнение $x^2+2\sqrt{3}x+15 = 2\sqrt{35}$ действительные корни.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 210, которые не делятся на 3.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$\left((4x - 3y + 16)^4 + (10 - x - y)^6\right)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x - 5, \text{если } x > 3, \\ 1, \qquad \text{если } 0 < x \leqslant 3, \\ 2x + 1, \text{если } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Вариант №18

Часть 1

1. Укажите номер неверного неравенства:

1) $-5{,}305 < -5{,}33$ 2) $-7{,}07 > -7{,}101$

3) $-0{,}7101 < -0{,}0771$ 4) $-7{,}07 < -7{,}001$

2. Какое из чисел $\sqrt{0{,}049}$, $\sqrt{49\cdot 10^7}$, $\sqrt{4{,}9\cdot 10^{-7}}$ является рациональным?

1) $\sqrt{0{,}049}$ 2) $\sqrt{49\cdot 10^7}$ 3) $\sqrt{4{,}9\cdot 10^{-7}}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Определите, сколько процентов составляют 9 часов от общей продолжительности суток.

1) 3,75% 2) 37,5% 3) 26,7% 4) 40%

4. Найдите значение выражения $\dfrac{7a\cdot b}{b-c}$ при $a = 0{,}5$; $b = 7{,}2$; $c = -2{,}8$.

Ответ: ______

5. Один килограмм смородины стоит x рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости (в рублях) n вёдер смородины, если в ведро помещается 10 кг этих ягод.

1) $10xn$ 2) $\dfrac{xn}{10}$ 3) xn 4) $\dfrac{10n}{x}$

6. Укажите номер верно преобразованного выражения:

1) $(a-2b)^2 = a^2 - 2b^2$ 2) $2(a+2b) = 2a+2b$

3) $(a+b)(b-a) = b^2 - a^2$ 4) $a^2 + ab + b^2 = (a+b)^2$

7. Упростите выражение $\dfrac{3}{4a} - \dfrac{2}{a}$.

1) $-\dfrac{5}{4a}$ 2) $\dfrac{1}{3a}$ 3) $\dfrac{1}{4a^2}$ 4) $\dfrac{1}{4a}$

8. Вычислите $\dfrac{720\cdot 10^{-6}}{2{,}4\cdot 10^{-7}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $5x + 7 = 12 - 2(1 - x)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = x$ пересекает параболу $y = 2 - x^2$ в двух точках. Вычислите координаты точки A (см. рис. 68).

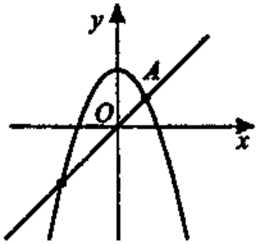

Рис. 68.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Велосипедист съездил от берега реки до ближайшего магазина, расстояние между которыми 25 км, и вернулся обратно, потратив на дорогу всего 2,5 часа. С какой скоростью он ехал в магазин, если обратно он ехал вдвое медленнее?»

Пусть v_1 км/ч — скорость, с которой велосипедист ехал в магазин, а v_2 км/ч — скорость на обратном пути. Какая из приведённых ниже систем уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 2v_1 = v_2, \\ \dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2} = \dfrac{2,5}{25}. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2v_2 = v_1, \\ \dfrac{25}{v_1} + \dfrac{25}{v_2} = 2,5. \end{cases}$

3) $\begin{cases} v_1 = 2v_2, \\ 2,5v_1 + 2,5v_2 = 25. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} v_1 = 2v_2, \\ 25v_1 + 25v_2 = 2,5. \end{cases}$

12. Решите неравенство $2(2x - 10) - 17x > 1 - 6x$.

1) $x > -3$ 2) $x < -3$ 3) $x > \dfrac{20}{7}$ 4) $x > -1$

13. Решите неравенство $x^2 - 1 \geqslant 0$.

1) $x \leqslant -1, x \geqslant 1$ 2) $-1 \leqslant x \leqslant 1$ 3) $-2 \leqslant x \leqslant 2$ 4) $x \leqslant -2, x \geqslant 2$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной четвёртым и шестым членами, укажите пятый член.

А) $a_4 = 4, a_6 = 10$ Б) $b_4 = -12, b_6 = 10$ В) $c_4 = 0,3, c_6 = 0,12$

1) -1 2) 7 3) $0,21$ 4) $7,5$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 69?

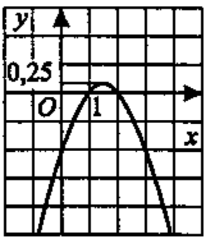

Рис. 69.

1) $y = x^2 - 3x + 2$ 2) $y = x^2 + 3x + 2$

3) $y = -x^2 - 3x - 2$ 4) $y = -x^2 + 3x - 2$

6 Зак № 258

16. На графиках (см. рис. 70) показано количество зрителей, посетивших кинотеатры A и B в течение недели. (По горизонтальной оси откладываются дни недели, по вертикальной — количество человек, посетивших кинотеатр.) Сколько всего кинолюбителей было в двух кинотеатрах вместе в воскресенье?

Ответ: ______

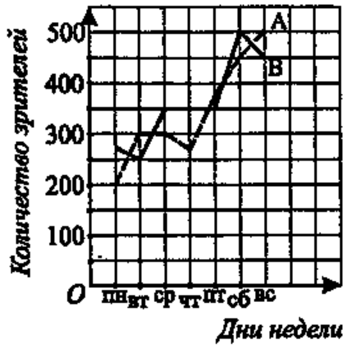

Рис. 70.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = 12x - 2x^2 - 23$ и укажите её наибольшее значение.

18. Выясните, имеет ли уравнение $2x^2+2\sqrt{2}x+1 = 2\sqrt{7}x$ действительные корни.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 210, которые не делятся на 11.

20. Найдите наименьшее значение выражения $\left((9-y-x)^4+(5x-2y+4)^2\right)^3$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} -3x + 7, & \text{если } x \geqslant 2, \\ 1, & \text{если } -3 \leqslant x < 2, \\ -3x - 8, & \text{если } x < -3. \end{cases}$$

Вариант №19

Часть 1

1. Из чисел $-\frac{3}{8}$; $-0{,}4$; $-\frac{1}{4}$; $-0{,}9$ выберите наибольшее.

1) $-\frac{3}{8}$ 2) $-0{,}4$ 3) $-\frac{1}{4}$ 4) $-0{,}9$

2. Внесите множитель под знак корня $-2b\sqrt{-2b}$.

1) $\sqrt{4b^2}$ 2) $\sqrt{8b^3}$ 3) $\sqrt{-4b^2}$ 4) $\sqrt{-8b^3}$

3. Население Ватикана составляет 1,6 тыс. человек, а население Монако — 31 тыс. человек. Сколько (приблизительно) процентов составляет население Ватикана от населения Монако?

1) 194% 2) 5% 3) 51% 4) 19,4%

4. Найдите значение выражения $\frac{c}{m-n}$ при $c = 4{,}73$, $m = -3{,}2$, $n = -7{,}5$.

Ответ: ______

5. Пешеход прошёл S км. Составьте выражение для вычисления скорости пешехода, если он был в пути a минут (в м/мин).

1) $1000aS$ 2) aS 3) $\frac{aS}{1000}$ 4) $\frac{1000S}{a}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $4b^2 - (2a-b)(2a+b) = 5b^2 - 4a^2$
2) $(c-3d)^2 = c^2 + 9d^2$
3) $(y+3x)(3x-y) = y^2 - 9x^2$
4) $(2x+y)^2 = 4x^2 + 2xy + y^2$

7. Выполните действия $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{2ab}{a+b}$.

1) $\frac{2}{a-b}$ 2) 2 3) $-(a-b)$ 4) $2(a-b)$

8. Найдите произведение $18^8 \cdot 2^{-6} \cdot 9^{-6} \cdot 10^{-2}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{5x-3}{3} = \frac{3-10x}{9} + 2$.

Ответ: ______

10. Прямая $2x + 3y - 15 = 0$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x$ в двух точках (см. рис. 71). Вычислите координаты точки A.

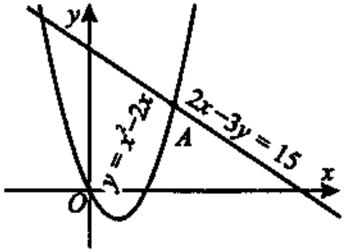

Рис. 71.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «На первой стоянке автомобилей в 2,5 раза больше, чем на второй. После того, как 15 автомобилей переехали с первой стоянки на вторую, на второй стоянке автомобилей стало на 3 больше, чем на первой. Сколько автомобилей было первоначально на каждой стоянке?»

Пусть x и y — количества автомобилей на первой и второй стоянках соответственно. Какая система уравнений **не** соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} 2{,}5x = y, \\ x - 15 = y + 12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2{,}5y, \\ x - 15 = y + 12 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 2{,}5y, \\ x = y + 27 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = \dfrac{x}{2{,}5}, \\ x - y = 27 \end{cases}$

12. Укажите наименьшее целочисленное решение неравенства

$\frac{x}{2} \geqslant \frac{x}{5} - 1.$

1) -4 2) -3 3) 0 4) 2

13. Решите неравенство $-3x^2 + 7x - 2 \geqslant 0$.

1) $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$ 2) $(-0{,}3; 2]$ 3) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [2; +\infty)$ 4) $\left(\frac{1}{3}; 2\right)$

14. Соотнесите арифметическую прогрессию, заданную первым членом и разностью с формулой общего члена.

А) $a_1 = 3$, $d = 2$ Б) $a_1 = -1$, $d = 2$ В) $a_1 = 7$, $d = -2$

1) $a_n = 5 - 2n$ 2) $a_n = 1 + 2n$ 3) $a_n = -3 + 2n$ 4) $a_n = 9 - 2n$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 72?

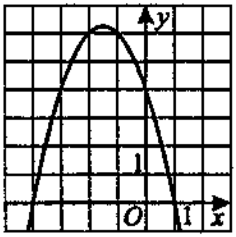

Рис. 72.

1) $y = x^2 - 3x + 4$ 2) $y = -x^2 + 3x + 4$

3) $y = x^2 + 3x + 4$ 4) $y = -x^2 - 3x + 4$

16. Издательство учебной литературы выпустило в продажу две новые книги — «Математика: подготовка к ГИА» и «Математика: подготовка к ЕГЭ». На графиках (см. рис. 73) показано изменение продаж в течение шести месяцев. (По горизонтальной оси откладывалось время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число книг, проданных за это время, в тыс. штук.) Сколько всего книг этих двух названий было продано за первые пять месяцев?

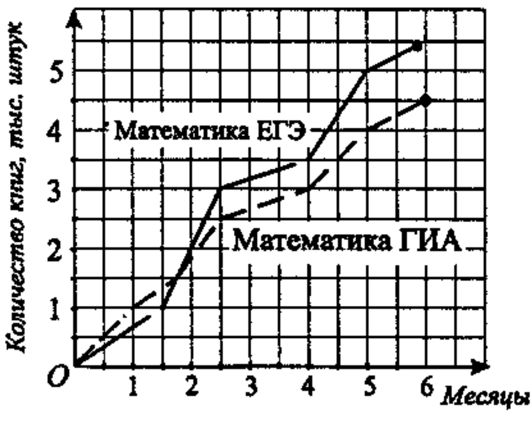

Рис. 73.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2+2x-3$ и определите по графику при каких значениях x $y < 0$.

18. Выясните имеет ли уравнение $x^2 + 5 = 4x\sqrt{3} - 2x$ действительные корни.

19. Найдите сумму двузначных чисел, не превосходящих 40, которые не делятся на 5.

20. Найдите наименьшее значение выражения
$\sqrt{(4x+3y-17)^2+(3x+y-9)^6+4}$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках график функции, заданной условиями:

$$y = \begin{cases} 2x+3, & \text{если } x < -2, \\ \frac{1}{4}x^2 - 2, & \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 2x-5, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Вариант №20

Часть 1

1. Из чисел $-\frac{5}{7}$; $-0{,}6$; $-\frac{2}{3}$; $-0{,}2$ выберите наименьшее.

1) $-\frac{5}{7}$ 2) $-0{,}6$ 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $-0{,}2$

2. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt{-27a^3}$.

1) $3a\sqrt{3a}$ 2) $-3a\sqrt{-3a}$ 3) $-3a\sqrt{3a}$ 4) $3a\sqrt{-3a}$

3. За участие в заключении договора на 25000 рублей фирма предлагает своему агенту-дилеру вознаграждение 2700 рублей. Какой процент (приблизительно) составляет вознаграждение от суммы договора?

1) 93% 2) 10% 3) 11% 4) 108%

4. Найдите значение выражения $a - \frac{b}{c}$ при $a = -2{,}7$, $b = -1{,}2$, $c = 0{,}2$.

Ответ: ______

5. Длина полки l дм. Составьте выражение для вычисления количества книг, которые можно разместить на полке, если ширина одной книги b см.

1) $\frac{100l}{b}$ 2) $\frac{10b}{l}$ 3) $\frac{10l}{b}$ 4) $\frac{l}{10b}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(a+2b)(2b-a)=a^2-4b^2$ 2) $(3a-2b)^2=9a^2-4b^2$
3) $(m+5n)^2=m^2+5mn+25n^2$ 4) $(2m-n)(2m+n)+n^2=4m^2$

7. Выполните действия $\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right):\frac{a-b}{3ab}$.

1) $\frac{3}{a+b}$ 2) 3 3) $-(a+b)$ 4) $3(a+b)$

8. Найдите произведение $14^5\cdot 2^{-3}\cdot 7^{-3}\cdot 10^{-2}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{5-3x}{2}=\frac{7-10x}{4}-1$.

Ответ: ______

10. Прямая $2x-y+4=0$ пересекает параболу $y=x^2+5x$ в двух точках (см. рис. 74). Вычислите координаты точки A.

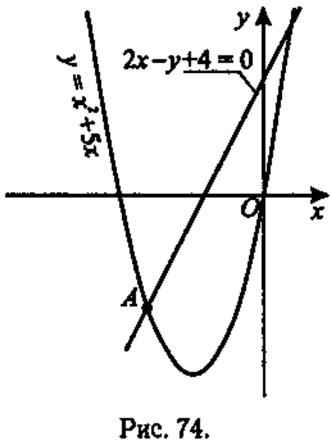

Рис. 74.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Из пункта A в пункт B выехал автобус. После того, как автобус проехал 16 км, из пункта A в пункт B, по тому же маршруту выехало такси. Скорость автобуса составляет $\frac{5}{7}$ скорости такси. Найдите скорость такси и скорость автобуса, если такси догонит автобус через $\frac{2}{3}$ часа после своего выезда из пункта A.»

Пусть x км/ч скорость такси, y км/ч — скорость автобуса. Какая система уравнений **не** соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} \dfrac{16}{x-y} = \dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{5}{7}x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{16}{x+y} = \dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{5}{7}x \end{cases}$

3) $\begin{cases} 16 = \dfrac{2}{3}(x-y) \\ 7y = 5x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 16 : \dfrac{2}{3} = x - y \\ x = \dfrac{7}{5}y \end{cases}$

12. Укажите наибольшее целочисленное решение неравенства $\frac{2x}{-3} - x \geqslant 4$.

1) -3 2) -2 3) 3 4) 0

13. Решите неравенство $5x^2 - 13x + 6 \geqslant 0$.

1) $\left[\frac{3}{5}; 2\right]$ 2) $(-\infty; 0{,}6] \cup [2; +\infty)$

3) $(-\infty; 0{,}6) \cup [2; +\infty)$ 4) $\left(-\infty; \frac{3}{5}\right) \cup (2; +\infty)$

14. Соотнесите арифметическую прогрессию, заданную первым членом и разностью с формулой общего члена.

А) $a_1 = 5,\ d = 3$ Б) $a_1 = -2,\ d = 3$ В) $a_1 = 4,\ d = -2$

1) $a_n = 2 - 2n$ 2) $a_n = 6 - 2n$ 3) $a_n = 2 + 3n$ 4) $a_n = -5 + 3n$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 3?

1) $y = x^2 - 3x - 4$ 2) $y = x^2 + 3x - 4$

3) $y = -x^2 + 3x - 4$ 4) $y = -x^2 - 3x - 4$

16. Центральный выставочный зал «Манеж» провёл ретроспективную выставку работ художника Ильи Глазунова. Выставочный зал работал с 10 ч до 18 ч. На графиках (см. рис. 76) показано изменение числа посетителей выставки за время её работы в субботу и воскресенье. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с момента открытия, в часах; по вертикальной — число посетителей за это время.)

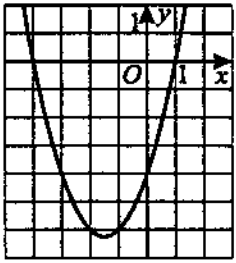

Рис. 75.

Сколько всего посетителей было на выставке в течение двух дней за первые пять часов работы?

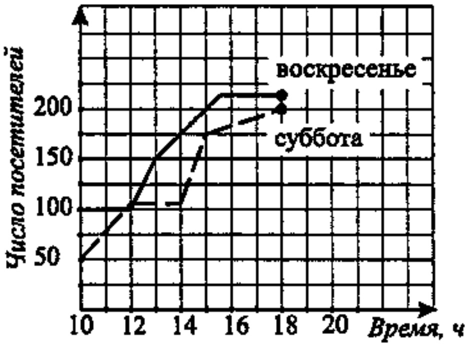

Рис. 76.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 1$ и определите по графику при каких значениях x $y \leqslant 0$.

18. Выясните имеет ли уравнение $(\sqrt{2} + 3)x^2 = \sqrt{3}x - \frac{1}{4}$ действительные корни.

19. Найдите сумму двузначных чисел, не превосходящих 50, которые не делятся на 10.

20. Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{(5x+y-16)^6+(5y-2x+1)^4+9}$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках график функции, заданной условиями:

$$y = \begin{cases} -2x-3, & \text{если } x < -2, \\ -\frac{1}{4}x^2+2, & \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -2x+5, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Вариант №21

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа $-0{,}09$; $-0{,}0902$; $-0{,}209$.

1) $-0{,}09; -0{,}0902; -0{,}209$ 2) $-0{,}09; -0{,}209; -0{,}0902$
3) $-0{,}209; -0{,}0902; -0{,}09$ 4) $-0{,}209; -0{,}09; -0{,}0902$

2. Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{6}$?

1) $(-\infty; 2)$ 2) $[2; 2{,}5)$ 3) $[2{,}5; 3)$ 4) $[3; +\infty)$

3. Один поезд, состоящий из 12 вагонов, перевозит 492-х человек. Для удовлетворения просьб пассажиров такой поезд пустили в день дважды (в один конец). Сколько процентов от общего числа пассажиров, перевозимых за весь день, могут расположиться в трёх вагонах? Считается, что в каждом из вагонов в обоих рейсах располагается равное число пассажиров.

1) 6% 2) 12,5% 3) 24% 4) 12%

4. Найдите значение выражения $\dfrac{y-x}{x^2+y^2}$ при $x = 0{,}8$; $y = -0{,}6$.

Ответ: ______

5. Один килограмм колбасы стоит a рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости k граммов этой колбасы.

1) $1000ak$ 2) ak 3) $\dfrac{1000k}{a}$ 4) $\dfrac{ak}{1000}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $3(a+b) = 3a+b$ 2) $(2+a)(a-2) = 4-a^2$
3) $(2a-3b)^2 = 4a^2+9b^2$ 4) $(a+2)^2 = 4+4a+a^2$

7. Упростите выражение $\frac{5}{x} - \frac{30}{5x}$.

1) $-\frac{1}{x}$ 2) -1 3) $-\frac{1}{5x}$ 4) $-\frac{5}{x}$

8. Найдите частное $\frac{3{,}6 \cdot 10^4}{9 \cdot 10^6}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $3x + 7 = 2 - 4(x + 4)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = 3x$ пересекает параболу $y = 2 - 2x^2$ в двух точках (см. рис. 77). Вычислите координаты точки A.

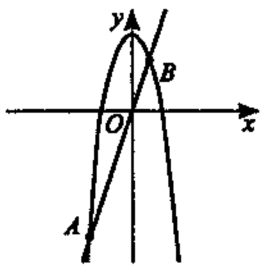

Рис. 77.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольного треугольника равна 24, а один из катетов равен 4. Найдите его гипотенузу».

Пусть a — длина второго катета, b — длина гипотенузы. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} \frac{2a}{4} = 24, \\ b^2 - a^2 = 16. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{a}{2} = 24, \\ b^2 + a^2 = 16. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{4a}{2} = 24, \\ a^2 + 16 = b^2. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a = b, \\ 16 + a^2 = b^2. \end{cases}$

12. Решите неравенство $13x + 6 \geqslant 5(2x + 3)$.

1) $x \geqslant 3$ 2) $x \geqslant 7$ 3) $x \leqslant 7$ 4) $x \leqslant 3$

13. На рисунке 78 изображён график функции $y = x^2 + 3x - 4$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 3x - 4 < 0$.

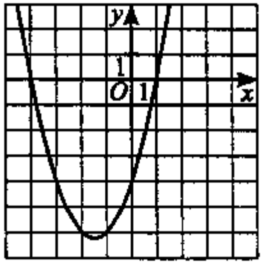

Рис. 78.

1) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ 2) $(-1; 4)$
3) $(-4; 1)$ 4) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной своими первыми членами, укажите её разность d (в таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность).

А) $2; 6; 10; 14; \dots$ Б) $-5; -3; -1; 1; \dots$ В) $-97; -87; -77; -67; \dots$

1) $d = 2$ 2) $d = -2$ 3) $d = 4$ 4) $d = 10$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 79?

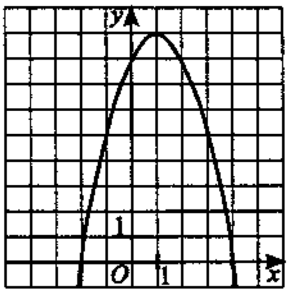

Рис. 79.

1) $y = -2x^2 + 11x + 5$ 2) $y = -3x^2 + x + 8$
3) $y = 2x^2 - 11x - 5$ 4) $y = -x^2 + 2x + 8$

16. Фирма выпустила в продажу две новые модели мобильных телефонов — модель А и модель Б. На графике, изображённом на рисунке 80, показано, как эти модели в течение года поднимались в цене. Какая модель — А или Б — больше поднялась в цене с 7-го по 10-й месяц и на сколько (тыс. руб.)?

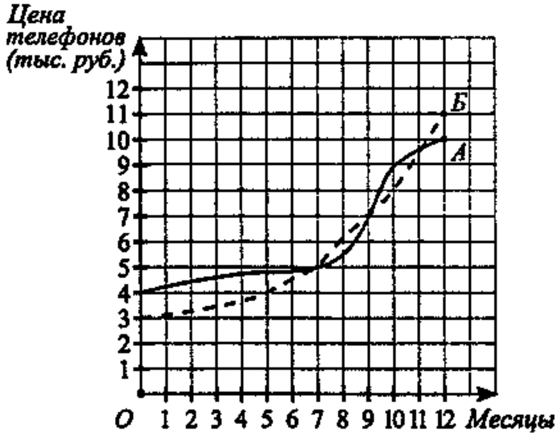

Рис. 80.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = x^2 - 4x$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли уравнение $3x^2 + 2x + \sqrt{5}x = -2$ действительные корни.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 140, которые делятся на 5.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$(7x + 2y - 11)^2 + (2x - 3y + 4)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения a, при каждом из которых графики функций $y = \frac{a}{x}$ и $y = 2 - x$ имеют ровно одну общую точку. Если таких значений a окажется несколько, то в ответе запишите их среднее арифметическое.

Вариант №22

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа 0,03; 0,103; 0,1.

1) 0,103; 0,1; 0,03 2) 0,03; 0,103; 0,1
3) 0,1; 0,103; 0,03 4) 0,03; 0,1; 0,103

2. Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{7}$?

1) $(-\infty; 2)$ 2) $[2; 2{,}5)$ 3) $[2{,}5; 3)$ 4) $[3; +\infty)$

3. Один автобус перевозит за один день 40 пассажиров. В день таких автобусов ходит восемь. Сколько процентов от общего числа пассажиров, перевозимых за день, перевозят два автобуса?

1) 12,5% 2) 25% 3) 6,25% 4) 10%

4. Найдите значение выражения $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ при $x = 1$, $y = 7$.

Ответ: ______

5. Один килограмм хурмы стоит b рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости a граммов этой хурмы.

1) ab 2) $\frac{1000a}{b}$ 3) $\frac{ab}{1000}$ 4) $1000ab$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $2(a-b) = 2a - b$
2) $(4+a)(a-4) = 16 - a^2$
3) $(3a-b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$
4) $(2a+b)^2 = 2a^2 + 2ab + b^2$

7. Упростите выражение $\frac{2}{y} + \frac{8}{2y}$.

1) 6 2) $\frac{6}{y}$ 3) $-\frac{2}{y}$ 4) $\frac{5}{y}$

8. Найдите частное $\frac{4{,}2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $3 - 2x = 2 + 3(3 - 2x)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = \frac{3}{2}x$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x - 5$ в двух точках (см. рис. 81). Вычислите координаты точки B.

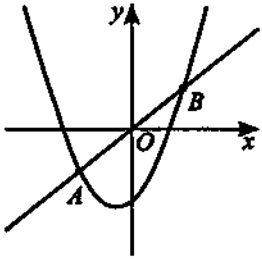

Рис. 81.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольного треугольника равна 6, а один из катетов равен 3. Найдите его гипотенузу».

Пусть a — длина второго катета, b — длина гипотенузы. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} \dfrac{3a}{2} = 6, \\ a^2 + 9 = b^2. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3a = 6, \\ b^2 - a^2 = 9. \end{cases}$

3) $\begin{cases} a^2 - b^2 = 9, \\ a = 1. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{3a}{2} = \dfrac{6}{2}, \\ b^2 + a^2 = 9. \end{cases}$

12. Решите неравенство $10x - 1 < 6(2x - 3)$.

1) $x > 6$ 2) $x < 3{,}5$ 3) $x > 8,5$ 4) $x < 8$

13. На рисунке 82 изображён график функции $y = 4 + 3x - x^2$. Используя график, решите неравенство $4 + 3x - x^2 \geqslant 0$.

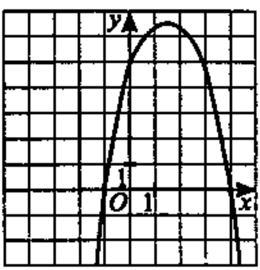

Рис. 82.

1) $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ 2) $(-4; 1)$

3) $[-1; 4]$ 4) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии укажите её недостающий член (в таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указан соответствующий недостающий член).

А) $\ldots; -1; 2; x; 8; \ldots$ Б) $\ldots; -2; 2; x; 10; \ldots$ В) $\ldots; 3; x; 5; 6; \ldots$

1) $x = 5$ 2) $x = 6$ 3) $x = 7$ 4) $x = 4$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 83?

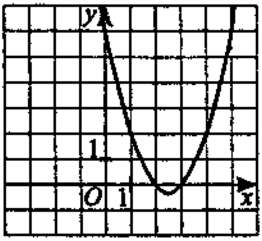

Рис. 83.

1) $y = x^2 - 5x + 6$ 2) $y = -x^2 + 3x - 6$

3) $y = x^2 - 5x - 6$ 4) $y = x^2 - 3x + 6$

16. Фирма приступила к выпуску двух новых моделей самолётов — модели А и модели Б. На графиках показано, как эти модели в течение года поднимались в цене (см. рис. 84). Какая модель — А или Б — больше поднялась в цене с 6-го месяца по 10-й месяц и на сколько (млн. руб.)?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = 1 - x^2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли уравнение $2x^2 - 3x + 3 = \sqrt{2}x$ действительные корни.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 80, которые не делятся на 8.

20. Найдите наименьшее значение выражения
$\sqrt{5x + 4y + 6} + \sqrt{3y - x - 5}$ и значения x и y, при которых оно достигается.

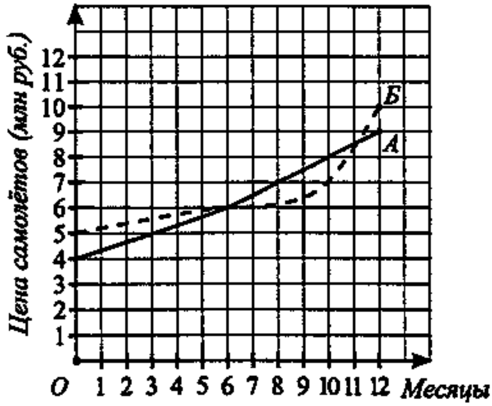

Рис. 84.

21. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает ровно в одной точке ломаную, заданную условием $y = \begin{cases} -x-3, x < -4, \\ 1, -4 \leqslant x \leqslant 4, \\ x-3, x > 4. \end{cases}$

Вариант №23

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа 0,306; 0,063; 0,36.

1) 0,36; 0,063; 0,306	2) 0,36; 0,306; 0,063
3) 0,063; 0,36; 0,306	4) 0,306; 0,36; 0,063

2. Какое из чисел $\sqrt{256}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{0{,}196}$ не является рациональным?

1) $\sqrt{256}$ 2) $\sqrt{400}$ 3) $\sqrt{0{,}196}$ 4) все числа рациональны

3. В цветочной лавке продаются 300 тюльпанов, 120 нарциссов и 80 орхидей. Сколько процентов составляют нарциссы от общего количества цветов?

1) 12% 2) 120% 3) 42% 4) 24%

4. Найдите значение выражения $\dfrac{a-b}{c-b}$ при $a = 7{,}2$; $b = 2{,}4$; $c = 3$.

Ответ: ______

5. 500 мл краски стоят a рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости n литров краски (в рублях).

1) $2an$ 2) $\frac{an}{2}$ 3) $\frac{500a}{n}$ 4) $\frac{500n}{a}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $2(y+x)=2x+2y$ 2) $(x-y)^2=x^2-xy+y^2$
3) $(x-y)(y-x)=y^2-x^2$ 4) $(7-y)^2=49-y^2$

7. Упростите выражение $\frac{x^2}{x-1}-\frac{x+1}{2}$.

1) $x+1$ 2) $\frac{x^2+1}{x-1}$ 3) $\frac{1}{2(x-1)}$ 4) $\frac{x^2+1}{2(x-1)}$

8. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{324}{2^2\cdot 9}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $5x+2=(3x+4)\cdot 3$.

Ответ: ______

10. Прямая $y=-x-2{,}5$ пересекает параболу $y=\frac{1}{2}x^2+2x$ в двух точках (см. рис. 85). Вычислите координаты точки A.

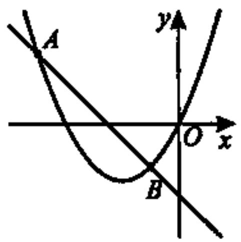

Рис. 85.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «В детской книге со сказками 360 страниц. Страниц с картинками в ней в два раза больше, чем страниц без них. Найдите количества страниц с картинками и без них».

Пусть a и b — количества страниц с картинками и без них, причём $a > b$. Какая система уравнений удовлетворяет условию задачи?

1) $\begin{cases} a+b=360, \\ a=2b \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3a+2b=360, \\ b=2a \end{cases}$

3) $\begin{cases} a+b=360, \\ 3a=2b \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a+b=360, \\ 2a=b \end{cases}$

12. Решите неравенство $23x + 7 \leqslant 9(2x+3)$.

1) $x \leqslant 4$ 2) $x \geqslant 4$ 3) $x \leqslant \frac{1}{4}$ 4) $x \leqslant 2$

13. На рисунке 86 изображён график функции $y = \dfrac{-x^2+2x+3}{2}$. Используя график, решите неравенство $x^2 - 2x - 3 < 0$.

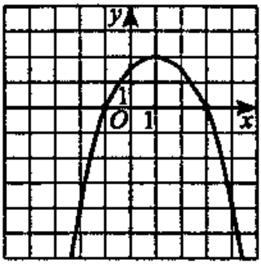

Рис. 86.

1) $(-1;3)$ 2) $(-3;1)$

3) $(-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$ 4) $(-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите её разность d. (В таблицу под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_n = 3(8-2n)$ Б) $b_n = 4n + 0{,}5$ В) $c_n = \frac{n}{2} + 4$

1) $d = 4$ 2) $d = -6$ 3) $d = 2$ 4) $d = 0{,}5$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 87?

1) $y = x^2 + 2x - 3$
2) $y = -x^2 - 2x + 3$
3) $y = -x^2 + 2x - 3$
4) $y = x^2 - 2x + 3$

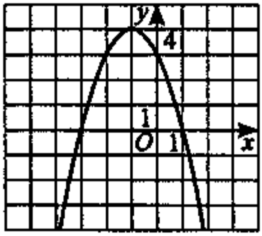

Рис. 87.

16. На фестивале в течение недели выступали две музыкальные группы — группа A и группа B. На графиках показана посещаемость их концертов за эту неделю (см. рис. 88). На сколько больше зрителей посетило концерты группы A, чем концерты группы B за эту неделю?

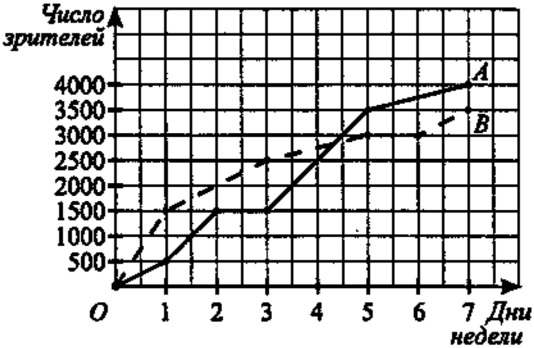

Рис. 88.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \dfrac{x^2 - 2x}{2} - 1{,}5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $2x^2 - 3x = x\sqrt{7} - 4$.

19. На разрезе спиленного дерева насчитали 88 колец, причём если не считать каждое седьмое кольцо, то длина каждого следующего на 0,6 мм больше предыдущего. Какова суммарная длина колец (в сантиметрах), составляющих закономерность, если длина первого кольца 2 см?

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{6}{(2y-x+4)^2+(x+y-7)^2+2}$$

и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием

$$y = \begin{cases} 2x+3, x < -1, \\ 1, -1 \leqslant x \leqslant 3, \\ -x+4, x > 3. \end{cases}$$

Вариант №24

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа 0,14; 0,041; 0,104.

1) 0,041; 0,104; 0,14 2) 0,14; 0,104; 0,041
3) 0,14; 0,041; 0,104 4) 0,104; 0,14; 0,041

2. Какое из чисел $\sqrt{361}$, $\sqrt{0{,}09}$, $\sqrt{0{,}144}$ не является рациональным?

1) $\sqrt{0{,}09}$ 2) $\sqrt{361}$ 3) $\sqrt{0{,}144}$ 4) все числа рациональны

3. В кондитерской пекут торты и пирожные. Самый большой торт весит 5 кг, а самое маленькое пирожное — 100 г. Какой процент составляет масса этого пирожного от массы этого торта?

1) 0,02% 2) 2% 3) 20% 4) 200%

4. Найдите значение выражения $\frac{c+2a}{3b}$ при $a = 0{,}7$; $b = 0{,}4$; $c = 2{,}8$.

Ответ: ______

5. 10 м упаковочной бумаги стоят a рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости n см бумаги (в рублях).

1) $10000an$ 2) $\frac{an}{1000}$ 3) $\frac{an}{10000}$ 4) $\frac{10000n}{a}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(y+x)(x-y) = x^2 - y^2$ 2) $x^2 + 2xy + y = (x+y)^2$
3) $5(x+2y) = 5x + 2y$ 4) $4 - x^2 = (2-x)^2$

7. Упростите выражение $\frac{x-1}{2}-\frac{x^2}{x+1}$.

1) $-\frac{x+1}{2}$ 2) $-\frac{x^2+1}{2(x+1)}$ 3) $\frac{x^2+1}{2(x+1)}$ 4) $\frac{x+1}{2}$

8. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{2^8\cdot 9}{576}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $7x-6=(2x+3)\cdot 2$.

Ответ: ______

10. Прямая $y=\frac{x+5}{3}$ пересекает параболу $y=\frac{-x^2+4x+5}{3}$ в двух точках (см. рис. 89). Вычислите координаты точки B.

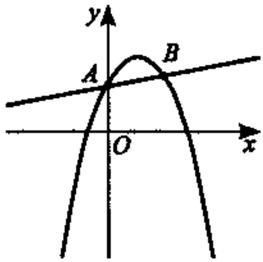

Рис. 89.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «В двух санаториях отдыхает 750 человек. В санатории A отдыхающих было в 1,5 раза больше, чем в санатории B. Найдите число отдыхающих в каждом санатории».

Пусть a и b — количество отдыхающих в санаториях, причём $b>a$. Какая система уравнений удовлетворяет условию задачи?

1) $\begin{cases} a+b=750, \\ 2a=3b \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3a+2b=750, \\ 3b=2a \end{cases}$

3) $\begin{cases} a+b=750, \\ 3a=2b \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2a+3b=750, \\ 3a=2b \end{cases}$

12. Решите неравенство $10-5x>4(x-2)$.

1) $x>2$ 2) $x<\frac{1}{2}$ 3) $x<4{,}5$ 4) $x<2$

13. На рисунке 90 изобразили график функции $y=2(x^2+2x)$. Используя график, решите неравенство $-x^2-2x<0$.

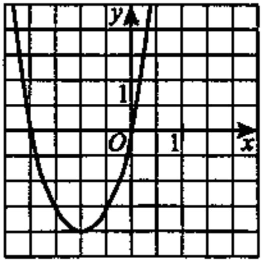

Рис. 90.

1) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 2) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
3) $(0; 2)$ 4) $(-2; 0)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите её разность d. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_n = \dfrac{n-13}{5}$ Б) $b_n = -13(2-n)$ В) $c_n = 2n - 0{,}2$

1) $d = 2$ 2) $d = -13$ 3) $d = 0{,}2$ 4) $d = 13$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 91?

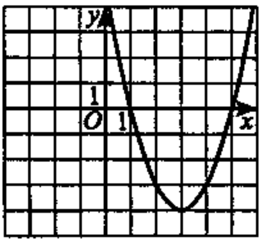

Рис. 91.

1) $y = x^2 - 6x + 5$ 2) $y = x^2 + 6x - 5$
3) $y = -x^2 - 6x + 5$ 4) $y = -x^2 + 6x - 5$

16. В городе есть два оператора сотовой связи — оператор A и оператор B. Графики на рисунке 92 показывают, как изменилось количество абонентов, подключившихся к каждому из операторов в течение года.

Сколько всего человек подключилось к обоим операторам за последние 7 месяцев?

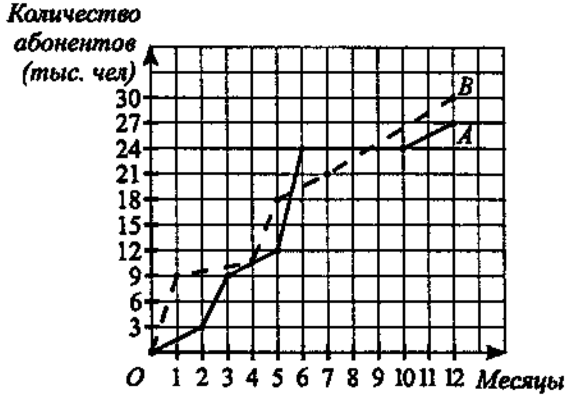

Рис. 92.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \frac{4x - x^2}{2} - 1{,}5$. Укажите наибольшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение
$1 + \frac{x^2\sqrt{5}}{4} = (3 - 2\sqrt{5})x.$

19. Цепочка из костяшек домино имеет блочную структуру: костяшки следующего блока начинают падать после падения последней предыдущего, причём каждый пятый блок содержит по 500 костяшек, а остальные составляют закономерность, в которой количество элементов увеличивается на 500 в каждом следующем блоке. Сколько тысяч костяшек в цепочке, если имеется 38 блоков, а в первом блоке 1000 элементов?

20. Найдите наименьшее значение выражения
$(3x + 4y - 11)^2 + (x - 3y + 5)^2 - 8$
и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условием

$$y = \begin{cases} -3x - 10, x < -3, \\ -1, -3 \leqslant x \leqslant 2, \\ x - 3, \ x > 2. \end{cases}$$

Вариант №25

Часть 1

1. Укажите наибольшее из чисел: $-\frac{1}{7}$; $-0{,}15$; $-\frac{5}{12}$; $-0{,}016$.

1) $-\frac{1}{7}$ 2) $-0{,}15$ 3) $-\frac{5}{12}$ 4) $-0{,}016$

2. Упростите выражение $2\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{3}$.

1) 0 2) $3\sqrt{5}$ 3) $5\sqrt{5} + \sqrt{3}$ 4) $\sqrt{3} - \sqrt{5}$

3. Цена товара понизилась на 20%. Сколько рублей стоил товар, если теперь он стоит 1700 рублей?

1) 1360 2) 2125 3) 2520 4) 1400

4. Найдите значение выражения $\dfrac{a \cdot b}{a + c}$ при $a = 1{,}8$; $b = -0{,}2$; $c = -0{,}8$.

Ответ: ______

5. В одну коробку помещается a граммов конфет, а в один пакет b граммов. Сколько кг конфет содержится в наборе из 15 коробок и 20 пакетов (в кг)?

1) $\dfrac{35(a+b)}{1000}$ 2) $\dfrac{15a + 20b}{1000}$ 3) $(15a + 20b) \cdot 1000$ 4) $3500(a + b)$

6. Определите, какое из данных выражений тождественно равно выражению $\dfrac{x^2 - y^2}{x - y} - (x - y)$, $x - y \neq 0$.

1) $2y$ 2) $2xy$ 3) $2xy + x + y$ 4) $\dfrac{2y}{x - y}$

7. Упростите выражение $\dfrac{x^2}{x^2 - 1} - \dfrac{x}{x + 1}$.

1) $\dfrac{2x^2 + x}{x^2 - 1}$ 2) $\dfrac{x(2 + x)}{x - 1}$ 3) $\dfrac{x}{x^2 - 1}$ 4) $\dfrac{2x^2}{x^2 - 1}$

8. Сравните: 0,0027 и $27 \cdot (10^{-1})^3$.

1) $0{,}0027 > 27 \cdot (10^{-1})^3$ 2) $0{,}0027 < 27 \cdot (10^{-1})^3$
3) $0{,}0027 = 27 \cdot (10^{-1})^3$ 4) другой ответ

9. Решите уравнение $3 - 4x = 5 - 2(2x + 1)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = \frac{4}{3}x$ пересекает окружность $x^2 + y^2 = 25$ в двух точках (см. рис. 93). Вычислите координаты точки A.

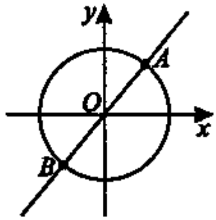

Рис. 93.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь спортивной площадки, имеющей форму прямоугольника равна 96 м^2. Длина площадки относится к ширине как 3 : 2. Найдите длину и ширину площадки».
Пусть a и b — длина и ширина площадки (в м) соответственно. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} ab = 96, \\ 2(a+b) = \frac{3}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2(a+b) = 96, \\ \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \end{cases}$

3) $\begin{cases} a + b = 48, \\ 2a = 3b \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ab = 96, \\ \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \end{cases}$

12. Решите неравенство $3(x - 8) - 9x > -6$.

1) $x > 3$ 2) $x < 3$ 3) $x > -3$ 4) $x < -3$

13. На рисунке 94 изображён график функции $y = -x^2 + 3x$. Используя график, решите неравенство $-x^2 + 3x < 0$.

1) $(-\infty; 3)$ 2) $(0; +\infty)$ 3) $(0; 3)$ 4) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите, какое из данных ниже чисел принадлежит ей. (В таблице

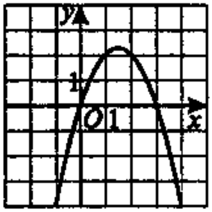

Рис. 94.

под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указано соответствующее число.)

А) $a_n = 3n + 3$ Б) $b_n = 2n - 7$ В) $c_n = 6n - 8$.

1) -1 2) -7 3) 12 4) 4

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 95 изображён график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Каким из указанных условий он соответствует?

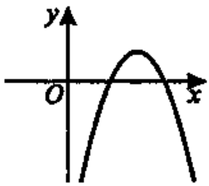

Рис. 95.

1) $a > 0,\ D < 0$
2) $a < 0,\ D < 0$
3) $a > 0,\ D = 0$
4) $a < 0,\ D > 0$

16. График, изображённый на рисунке 96, показывает, как изменялась температура воздуха в течение января. (По вертикальной оси откладывается температура воздуха (в $^\circ C$), по горизонтальной — дни.) Используя график, определите, сколько дней температура воздуха в январе была отрицательной.

Ответ: ______

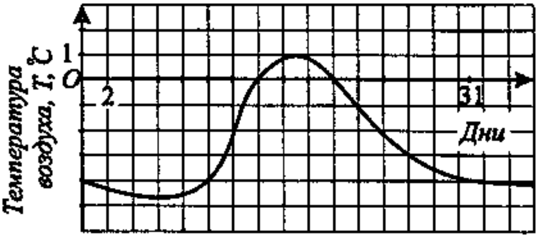

Рис. 96.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 1$ и укажите множество её значений.

18. Сколько действительных корней имеет уравнение
$x^2 + 2\sqrt{7}x + 2x = -13$?

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не кратных 7 и не превосходящих 280.

20. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{2x - x^2 + 1}$ на промежутке $(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 3x + 6, \text{ если } x < -3, \\ -3, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 3x - 12, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

Вариант №26

Часть 1

1. Укажите наименьшее из чисел: $-0{,}013$; $-\frac{3}{7}$; $-\frac{2}{13}$; $-0{,}09$.

1) $-0{,}013$ 2) $-\frac{3}{7}$ 3) $-\frac{2}{13}$ 4) $-0{,}09$

2. Упростите выражение $2\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{3}$.

1) 0 2) $\sqrt{5}$ 3) $5\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 4) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

3. Цена товара повысилась на 40%. Сколько рублей стоит товар, если его первоначальная стоимость 320 руб?

1) 128 2) 800 3) 448 4) 1320

4. Найдите значение выражения $\frac{x-y}{z}$, если $x = -3{,}7$; $y = -3{,}9$; $z = -0{,}1$.

Ответ: ______

5. Маленькая коробка карандашей стоит a руб., а большая коробка стоит b руб. Сколько рублей заплатили за 15 маленьких коробок и p больших.

1) $15a + bp$ 2) $15(a + b + p)$ 3) $15(a + b) + p$ 4) $15(a + p) + b$

6. Определите, какое из данных выражений тождественно равно выражению $\frac{x^3 + x^2y}{x^2 - y^2} - (x - y)$, $x^2 - y^2 \neq 0$.

1) $2xy$ 2) $\frac{2xy}{x-y}$ 3) $\frac{2xy - y^2}{x-y}$ 4) $\frac{2x^2 - y^2}{x-y}$

7. Упростите выражение $\frac{3}{2a} + \frac{4}{a}$.

1) $\frac{11}{2}a$ 2) $5{,}5a^2$ 3) $\frac{11}{2a}$ 4) $\frac{11}{2a^2}$

8. Сравните: $0{,}004$ и $4 \cdot (10^{-2})^2$.

1) $0{,}004 > 4 \cdot (10^{-2})^2$ 2) $0{,}004 < 4 \cdot (10^{-2})^2$
3) $0{,}004 = 4 \cdot (10^{-2})^2$ 4) другой ответ

9. Решите уравнение $5 - 7x = 13 - 7(x + 4)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = \frac{3}{4}x$ пересекает окружность $x^2 + y^2 = 100$ в двух точках (см. рис. 97). Вычислите координаты точки M.

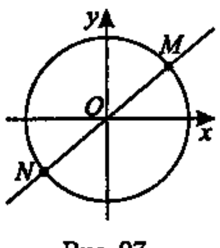

Рис. 97.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольника равна 45 см^2. Длина прямоугольника относится к его ширине как 5 : 4. Найдите длины сторон этого прямоугольника».
Пусть a и b — длина и ширина прямоугольника (в см) соответственно. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} ab = 45, \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{4} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2(a+b) = 45, \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{4} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2(a+b) = 45, \\ 4a = 5b \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ab = 45, \\ (a+b) = \dfrac{5}{4} \end{cases}$

12. Решите неравенство $5(x-7) - 10x > -15$.

1) $x > 4$ 2) $x < 4$ 3) $x > -4$ 4) $x < -4$

13. На рисунке 98 изображён график функции $y = -x^2 - 2x$. Используя график, решите неравенство $-x^2 - 2x > 0$.

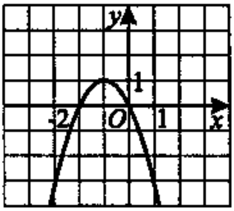

Рис. 98.

1) $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$ 2) $(-\infty; -2)$

3) $(-2; 0)$ 4) $(-2; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите, какое из данных ниже чисел принадлежит какой прогрессии. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указано соответствующее число.)

А) $a_n = 5n - 2$ Б) $b_n = 9n + 1$ В) $c_n = 3n - 4$

1) 10 2) 13 3) -10 4) -1

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 99 изображён график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Каким из указанных условий он соответствует?

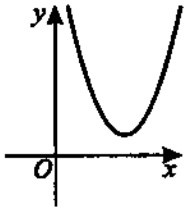

Рис. 99.

1) $a > 0,\ D > 0$ 2) $a < 0,\ D < 0$

3) $a > 0,\ D < 0$ 4) $a > 0,\ D = 0$

16. График, изображённый на рисунке 100, показывает, как изменялась температура воздуха в течение февраля. (По вертикальной оси откладывается температура в $°C$, по горизонтальной — дни.) Используя график, определите, сколько дней температура воздуха в феврале была положительной.

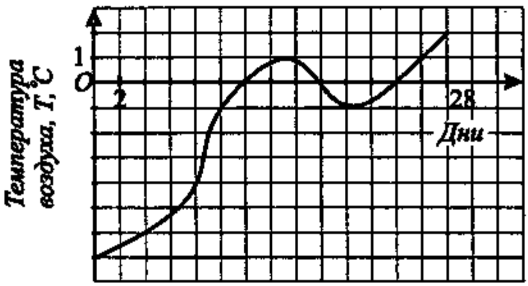

Рис. 100.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 3$ и укажите множество её значений.

18. Сколько действительных корней имеет уравнение
$x^2 + 2\sqrt{11}x + 2x = -14$?

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не кратных 13 и не превосходящих 338.

7 Зак № 258

20. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{3}{x^2 - 4x + 19}$.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 5x + 6, \text{ если } x < -2, \\ -4, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 5x - 14, \text{ если } x > 2 \end{cases}.$$

Вариант №27

Часть 1

1. Найдите наименьшее из чисел: $\frac{3}{5}$; 0,41; $\frac{5}{13}$; $\frac{1}{2}$.

1) $\frac{3}{5}$ 2) 0,41 3) $\frac{5}{13}$ 4) $\frac{1}{2}$

2. Какое из чисел $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}$; $\sqrt{\frac{3}{4}}$; $\sqrt{1{,}21}$ не является рациональным?

1) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}$ 2) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ 3) $\sqrt{1{,}21}$ 4) все числа рациональные

3. Оплата некоторой работы составляет 6000 рублей, а аванс — 2400 рублей. Сколько процентов составляет аванс от полной оплаты?

1) 0,4% 2) 4% 3) 400% 4) 40%

4. Найдите значение выражения $b^2 - 4ac$ при $a = 0{,}5$; $c = -3{,}4$; $b = -1$.

Ответ: ______

5. Десяток яиц стоит a рублей. Сколько стоит n яиц?

1) an 2) $\frac{an}{10}$ 3) $10an$ 4) $\frac{10a}{n}$

6. Какое из следующих выражений нельзя с помощью равносильных преобразований привести к виду $x^2 - 9y^2$?

1) $(x + 3y)^2 - 6xy$ 2) $(x - 3y)(x + 3y)$
3) $(x - 2y)(x + 2y) - 5y^2$ 4) $2x^2 - (x^2 + 9y^2)$

7. Упростите выражение $\frac{7}{5x} - \frac{4}{3x}$.

1) $\frac{3}{2x}$ 2) $\frac{3}{8x}$ 3) $\frac{1}{15x}$ 4) $\frac{3}{15x}$

8. Найдите произведение $(50 \cdot 0{,}1^2) \cdot (0{,}1^{-3} \cdot \frac{1}{2}) \cdot 0{,}1^2$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $5(2 - x) + 7 = 3(x + 4)$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -x - 1$ пересекает параболу $y = x^2 - 6x + 5$ в двух точках (см. рис. 101). Вычислите координаты точки A.

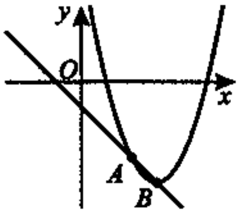

Рис. 101.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Мальчик и девочка собирали в лесу грибы, причём девочка собрала третью часть от всех собранных грибов. Сколько грибов собрал каждый из них, если мальчик собрал на 10 грибов больше, чем девочка?»

Пусть a грибов собрала девочка, b — мальчик. Какая система уравнений не соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} b - a = 10, \\ 3a = a + b \end{cases}$ 2) $\begin{cases} b = a - 10, \\ a = \frac{1}{3}(a + b) \end{cases}$

3) $\begin{cases} a = \frac{1}{3}(a + b), \\ b = a + 10 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2a = b, \\ b - a = 10 \end{cases}$

12. Решите неравенство $\frac{1}{4}(2x + 3) - 2 \geqslant \frac{3}{2}x$.

1) $x \leqslant \frac{5}{4}$ 2) $x \geqslant \frac{5}{4}$ 3) $x \leqslant -\frac{5}{8}$ 4) $x \leqslant -\frac{5}{4}$

13. На рисунке 102 изображён график функции $y = x^2 - x - 2$. Используя график, решите неравенство $x^2 - x - 2 \leqslant 0$.

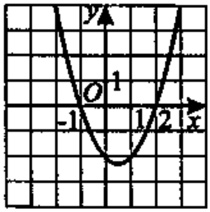

Рис. 102.

1) $(-\infty; -1]$ 2) $[2; +\infty)$ 3) $[-1; 2]$ 4) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной двумя членами, укажите её разность d. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_1 = 4,\ a_4 = 10$ Б) $a_3 = 5,\ a_7 = 7$ В) $a_3 = 3,\ a_5 = 1$

1) $d = 3$ 2) $d = \frac{1}{2}$ 3) $d = -1$ 4) $d = 2$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 103 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Какое из следующих утверждений верно?

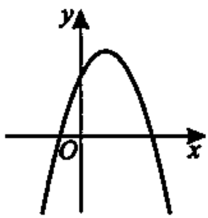

Рис. 103.

1) $a > 0, c > 0$ 2) $a > 0, c < 0$ 3) $a < 0, c > 0$ 4) $a < 0, c < 0$

16. На рисунке 104 изображён график движения двух автомобилей А и В (по горизонтальной оси откладывается время в часах, по вертикальной — расстояние от автомобиля до города). У какого автомобиля в момент времени $t = 1{,}5$ часа скорость была больше и на сколько км/ч?

Ответ: ______

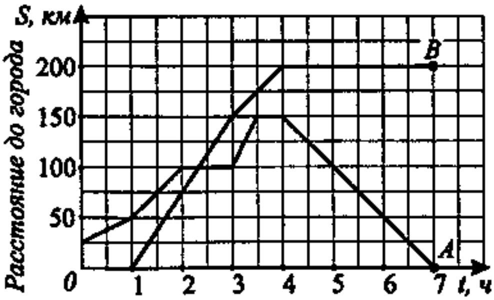

Рис. 104.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = 2x^2 - 6x + 7$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 - x + 2 = x\sqrt{3}$.

19. Сумма первых шести членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью d равна 15, что на 10 меньше суммы первых шести членов арифметической прогрессии с тем же первым членом и разностью $2d$. Найдите d.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(xy - x + 6)^2 + (x + y - 2)^2$ и все значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх разных точках график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} |x+1|, & x \geqslant -3, \\ 2x+8, & x < -3. \end{cases}$

Вариант №28

Часть 1

1. Найдите наибольшее из чисел: 0,77; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{4}{7}$.

1) 0,77 2) $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) $\frac{4}{7}$

2. Какое из чисел $\sqrt{\frac{1}{36}}$; $\sqrt{0{,}36}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ не является рациональным?

1) $\sqrt{\frac{1}{36}}$ 2) $\sqrt{0{,}36}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ 4) все числа рациональные

3. Вкладчик положил в банк 13500 рублей, а через год получил 15390 рублей. Каков годовой процент прибыли вкладчиков этого банка?

1) 114% 2) 87% 3) 13% 4) 14%

4. Найдите значение выражения $\frac{a}{b} + c$ при $a = 1{,}2$; $b = 7{,}5$; $c = -0{,}16$.

Ответ: ______

5. Один километр Ваня проходит за a минут. За сколько минут Ваня пройдёт n метров?

1) $\frac{an}{100}$ 2) $\frac{an}{1000}$ 3) $1000an$ 4) $\frac{1000a}{n}$

6. Какое из следующих выражений нельзя с помощью равносильных преобразований привести к виду $x^2 - 4xy + 4y^2$?

1) $(x - 2y)(x + 2y) - 4xy$ 2) $(x - 2y)^2$
3) $(x + 2y)^2 - 8xy$ 4) $x(x - y) + y(4y - 3x)$

7. Упростите выражение $-\frac{3}{4a} + \frac{b}{2a}$.

1) $\frac{2b-3}{4a}$ 2) $\frac{2b-3}{4ab}$ 3) $\frac{b-6}{4a}$ 4) $\frac{2b-3a}{4ab}$

8. Найдите частное $(6{,}3 \cdot 2^7) : (9 \cdot 2^6)$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{x-4}{3} + 5 = \frac{x+2}{2}$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -\frac{3}{2}x$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 3$ в двух точках (см. рис. 105). Вычислите координаты точки A.

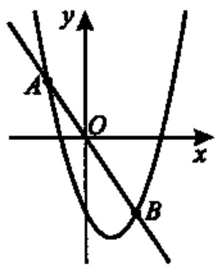

Рис. 105.

Ответ: ______

11. Прочтите задачу: «Отец и сын украшали шарами ёлку, причём сын повесил $\frac{4}{7}$ от общего числа повешенных шаров. Найдите, сколько шаров повесил каждый из них, если сын повесил на 2 шара больше».
Пусть a шаров повесил сын, а b шаров — отец. Какая система уравнений **не** соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} a-b=2, \\ 7a=4(a+b) \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a=b-2, \\ 7a=4(a+b) \end{cases}$

3) $\begin{cases} a=\frac{4}{7}(a+b), \\ a=b+2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3a=4b, \\ a-b=2 \end{cases}$

12. Решите неравенство $\frac{2}{3}(x-4)+1 \leqslant \frac{1}{3}x$.

1) $x \geqslant -\frac{3}{5}$ 2) $x \leqslant -\frac{5}{3}$ 3) $x \leqslant -5$ 4) $x \leqslant 5$

13. На рисунке 106 изображён график функции $y = 2 - x^2 - x$. Используя график, решите неравенство $2 - x - x^2 \geqslant 0$.

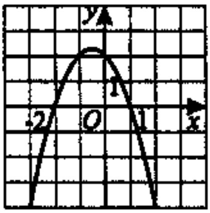

Рис. 106.

1) $(-\infty; -2]$ 2) $[1; +\infty)$ 3) $[-2; 1]$ 4) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной двумя членами, укажите её разность d. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_2 = 3,\ a_3 = 2$ Б) $a_4 = 7,\ a_7 = 1$ В) $a_1 = 4,\ a_5 = 8$.

1) $d = 1$ 2) $d = -1$ 3) $d = -2$ 4) $d = 2$

Ответ:

А	Б	В

15. На рисунке 107 изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Какое из следующих утверждений верно?

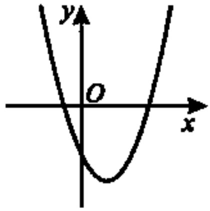

Рис. 107.

1) $a > 0, c > 0$ 2) $a > 0, c < 0$ 3) $a < 0, c > 0$ 4) $a < 0, c < 0$

16. На рисунке 108 изображён график движения двух автомобилей A и B (по горизонтальной оси откладывается время в часах, по вертикальной — расстояние от автомобиля до города). Какой автомобиль проехал большее расстояние за первые 6 часов и на сколько километров?

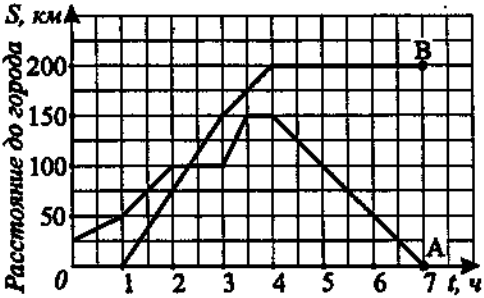

Рис. 108.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = 13 - 2x^2 + 10x$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $\frac{1}{2}x^2 + 4x + \frac{3}{2} = \sqrt{7}x$.

19. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью d равна 25, что на 3 меньше суммы первых семи членов арифметической прогрессии с тем же первым членом и разностью $\frac{d}{2}$. Найдите d.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(xy-2x+12)^2+(x+y-1)^2$ и все значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх разных точках график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -2x+10, & x \geqslant 4, \\ |x-2|, & x < 4. \end{cases}$

Вариант №29

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа: 1,2053; 1,207; 1,21.

1) 1,2053; 1,207; 1,21
2) 1,21; 1,207; 1,2053
3) 1,207; 1,2053; 1,21
4) 1,207; 1,21; 1,2053

2. Какое из чисел $\sqrt{90}$; $\sqrt{0{,}25}$; $\sqrt{1000}$ является рациональным?

1) ни одно из этих чисел 2) $\sqrt{90}$ 3) $\sqrt{0{,}25}$ 4) $\sqrt{1000}$

3. Для приготовления 550 г салата взято 150 г майонеза. Сколько (приблизительно) процентов от общей массы салата составляет майонез?

1) 36,7 2) 367 3) 27 4) 2,7

4. Найдите значение выражения $\frac{m}{k+n}$ при $m = -16{,}8$; $k = 5{,}7$; $n = -2{,}2$.

Ответ: ______

5. На 1 км пути потратили n литров бензина. Сколько литров бензина потратили на m метров пути?

1) $\frac{mn}{1000}$ 2) $1000mn$ 3) nm 4) $\frac{1000m}{n}$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $5a+b=5(a+b)$
2) $(a+5)(5-a)=25-a^2$
3) $(a+b)^2=a^2+b^2$
4) $(a-5)^2=a^2-5a+25$

7. Упростите выражение $\frac{5n}{7m} : \frac{35n^2}{9m}$.

1) $\frac{25n^3}{9m^2}$ 2) $\frac{9}{49}$ 3) $\frac{9}{49}n$ 4) $\frac{9}{49n}$

8. Выполните действия $\frac{4,5 \cdot 3^{-6}}{5 \cdot 3^{-5}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $4 - 5(x - 3) = 7 + 3x$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -4x$ пересекает параболу $y = x^2 - 5$ в двух точках (см. рис. 109). Вычислите координаты точки C.

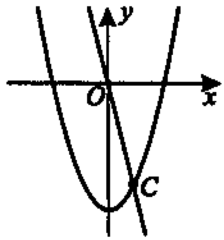

Рис. 109.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольного треугольника равна 24 см^2 Один из катетов на 4 см больше другого. Найдите длины этих катетов.»

Пусть a и b — длины катетов (в см), причём a — длина большего катета. Какая система уравнений не соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} \frac{ab}{2} = 24, \\ a - b = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ab = 48, \\ a - b = 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} ab = 24, \\ a - b = 4 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a = b + 4, \\ ab = 48 \end{cases}$

12. Решите неравенство $3(2x - 1) - 9x < 7$.

1) $x < -\frac{10}{3}$ 2) $x > -3\frac{1}{3}$ 3) $x < -0,3$ 4) $x > -0,3$

13. На рисунке 110 изображён график функции $y = x^2 - x - 6$. Используя график функции, решите неравенство $x^2 - 6 \geqslant x$.

1) $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ 3) $(-2; 3]$ 4) $[-2; 3]$

14. Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите её разность d. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_n = 4n+7$ Б) $b_n = 6n-10$ В) $c_n = 3n+11$.

1) $d = 3$ 2) $d = 4$ 3) $d = -6$ 4) $d = 6$

Ответ:

А	Б	В

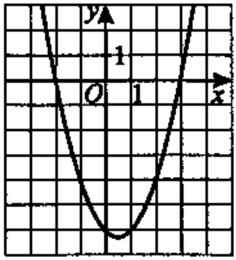

Рис. 110.

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 111?

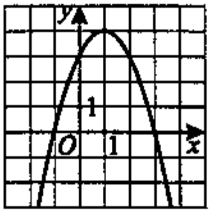

Рис. 111.

1) $y = x^2 - 2x - 3$ 2) $y = -x^2 - 2x + 3$
3) $y = x^2 + 2x - 3$ 4) $y = -x^2 + 2x + 3$

16. Фирма «Красная лилия» выпустила в продажу два новых крема для лица: для нормальной кожи и для сухой кожи. На графике (см. рис. 112) показано как эти кремы продавались в течение полугода (по горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — количество упаковок, проданных за это время, в тыс. шт.). Сколько всего упаковок крема (в тыс. шт.) было продано за первые четыре месяца?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = -2x^2 - 4x + 2{,}5$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 - 3\sqrt{3}x + x = 10$.

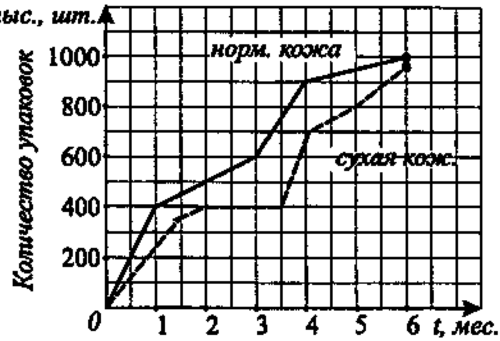

Рис. 112.

19. Найдите сумму всех чётных чисел от 5 до 127 включительно.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(x+3y-9)^2+(3x+5y-19)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} x+2, \text{ если } x < 2, \\ 4, \text{ если } 2 \leqslant x \leqslant 8, \\ 3x-20, \text{ если } x > 8. \end{cases}$$

Вариант №30

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа: 0,3104; 0,31004; 0,314.

1) 0,31004; 0,3104; 0,314 2) 0,314; 0,31004; 0,3104
3) 0,314; 0,3104; 0,31004 4) 0,3104; 0,31004; 0,314

2. Какое из чисел $\sqrt{400}$; $\sqrt{0{,}036}$; $\sqrt{0{,}81}$ не является рациональным?

1) $\sqrt{0{,}81}$ 2) $\sqrt{0{,}036}$ 3) $\sqrt{400}$ 4) ни одно из этих чисел

3. На подкормку овощей и фруктовых деревьев израсходовали 12 ц из имевшихся 18 ц удобрений. Сколько (приблизительно) процентов составляют удобрения, израсходованные на подкормку овощей и фруктовых деревьев?

1) 67 2) 6,7 3) 150 4) 15

4. Найдите значение выражения $\frac{x-y}{z}$ при $x = 3{,}1$; $y = -2{,}3$; $z = -3{,}6$.

Ответ: ______

5. Длина прямоугольника равна a м, что больше его ширины на 50 см. Составьте выражение для нахождения площади прямоугольника (в м^2).

1) $(a+50)a$ 2) $(a+0{,}5)a$ 3) $(a-0{,}5)a$ 4) $(a-50)a$

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $7n - m = 7(n-m)$ 2) $(m+2)^2 = m^2 + 2m + 4$
3) $(m+2)(2-m) = m^2 - 4$ 4) $(2-m)^2 = m^2 - 4m + 4$

7. Упростите выражение $\frac{17}{2a} - \frac{5}{a}$.

1) $\frac{7}{2a^2}$ 2) $\frac{12}{a}$ 3) $\frac{7}{2a}$ 4) 6

8. Найдите частное $\frac{7 \cdot 2^{-8}}{0{,}28 \cdot 2^{-10}}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $7(3x+4) + 2 = 11x + 5$.

Ответ: ______

10. Прямая $y = -2x + 6$ пересекает параболу $y = x^2 + 3$ в двух точках (см. рис. 113). Вычислите координаты точки B.

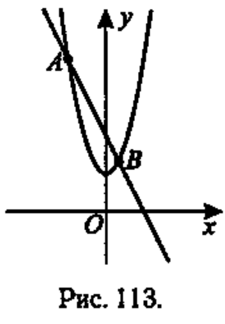

Рис. 113.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Периметр прямоугольника равен 16 дм, площадь его равна 15 дм^2. Найдите длины сторон этого прямоугольника.»

Пусть x и y — длины сторон прямоугольника (в дм). Какая система уравнений не соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} xy = 15, \\ (x+y) \cdot 2 = 16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y = 16, \\ xy = 15 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y = 8, \\ yx = 15 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = \dfrac{15}{y}, \\ y+x = 8 \end{cases}$

12. Решите неравенство $5x - 6 > 7(2x + 3)$.

1) $x > 3$ 2) $x < -\frac{1}{3}$ 3) $x < -3$ 4) $x > -\frac{1}{3}$

13. На рисунке 114 изображён график функции $y = -x^2 - 3x$. Используя график, решите неравенство $-x^2 < 3x$.

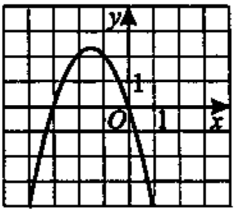

Рис. 114.

1) $(-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$ 2) $(-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$
3) $(-3; 0)$ 4) $[-3; +\infty)$

14. Для каждой геометрической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите её знаменатель q. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указан соответствующий знаменатель.)

А) $a_n = 2 \cdot 3^n$ Б) $b_n = 4^{n+1}$ В) $c_n = 0{,}5^{n-3}$

1) $q = \frac{1}{2}$ 2) $q = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ 3) $q = 2^2$ 4) $q = \frac{1}{3}$

Ответ:

А	Б	В

15. График какой квадратичной функции изображён на рисунке 115?

1) $y = x^2 - 5x - 6$ 2) $y = x^2 + 5x + 6$
3) $y = x^2 - 5x + 6$ 4) $y = -x^2 + 5x - 6$

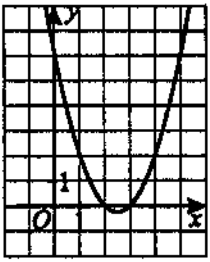

Рис. 115.

16. Турагентство «Отдых» распространяло путёвки на черноморское побережье Кавказа (А) и в другие места отдыха (Б). На графике (см. рис. 116) показано, как путёвки продавались в течение июля (по горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в неделях; по вертикальной — количество путёвок, проданных за это время, в шт.). Сколько всего путёвок было продано за первые три недели?

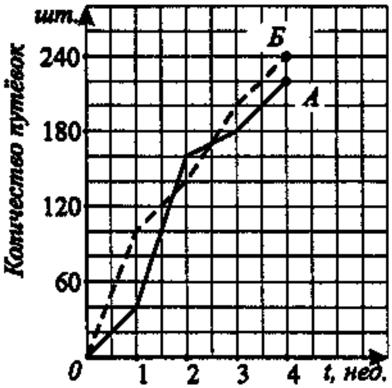

Рис. 116.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1{,}5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 5\sqrt{2}x - x = -10$.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных трём, от 10 до 140.

20. Найдите наименьшее значение выражения $(x+y-7)^2+(5x-7y-11)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условием

$$y = \begin{cases} -3x - 3, \text{ если } x \leqslant -2, \\ 3, \text{ если } -2 < x < 4, \\ -3x + 15, \text{ если } x \geqslant 4. \end{cases}$$

Вариант №31

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа $0{,}45$; $\frac{4}{9}$; $0{,}405$.

1) $0{,}405; 0{,}45; \frac{4}{9}$ 2) $\frac{4}{9}; 0{,}405; 0{,}45$

3) $0{,}405; \frac{4}{9}; 0{,}45$ 4) $\frac{4}{9}; 0{,}45; 0{,}405$;

2. Среди чисел $\sqrt{\frac{9}{25}}$; $\sqrt{0{,}64}$; $\sqrt{289}$; $\sqrt{1{,}6}$ найдите иррациональное.

1) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 2) $\sqrt{0{,}64}$ 3) $\sqrt{289}$ 4) $\sqrt{1{,}6}$

3. За время экономического кризиса цены на продукты выросли на 10%, на столько же уменьшилась средняя зарплата граждан. На сколько процентов (приблизительно) от первоначальной упала покупательная способность (количество товаров на денежную единицу) граждан?

1) 12 2) 100 3) 50 4) 18

4. Найдите значение выражения $(b - a)(a + b)$ при $a = \frac{9}{2}$; $b = \frac{3}{2}$.

Ответ: ______

5. У студента Сени баланс лицевого счёта на мобильном телефоне составляет 40 руб. Стоимость одного смс составляет 30 коп. Сколько смс сможет послать Сеня?

1) 134 2) 133 3) 130 4) 100

6. Укажите выражение, не являющееся тождественно равным $\frac{2x-2}{10-2x}$.

1) $-\frac{x-1}{x-5}$ 2) $-\frac{1-x}{5-x}$ 3) $\frac{1-x}{x-5}$ 4) $\frac{1-x}{5-x}$

7. Упростите выражение $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.

Ответ: ______

8. Найдите значение выражения $\frac{(5\sqrt{13})^2}{65}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{x+3}{x-1}=\frac{x-6}{x-4}$.

Ответ: ______

10. На рисунке 117 изображены графики функций $y = -(x+1)^2+7$ и $y=3$. Используя рисунок, решите уравнение $-x^2-2x+3=0$.

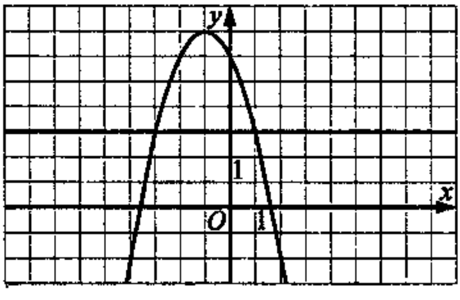

Рис. 117.

11. Прочитайте задачу: «От листа железа квадратной формы отрезали полосу шириной 25 см. Вычислите первоначальные размеры листа, если площадь оставшейся части оказалась равной 4400 см^2.»

Пусть a — сторона квадрата. Какое из приведённых ниже уравнений соответствует условию задачи?

1) $a^2-25a+4400=0$ 2) $a(a-25)=400$

3) $(a+25)(a-25)=4400$ 4) $a=\frac{4400}{a-25}$

12. При каких значениях x точки графика функции $y = 5x + 3$ лежат ниже соответствующих точек графика функции $y = 3x - 1$?

1) $x < -2$ 2) $x > -2$ 3) $x < 1$ 4) $x > 1$

13. Определите наибольшее целое число, принадлежащее области определения функции $y = \sqrt{-x^2 + 12x - 35}$.

1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

14. Для каждой бесконечно убывающей геометрической прогрессии укажите её сумму. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая сумма.)

А) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \ldots$ Б) $\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \ldots$ В) $\frac{1}{5}; \frac{1}{25}; \ldots$

1) 0,5 2) 1 3) 1,5 4) 0,25

Ответ:

А	Б	В

15. На одном из следующих рисунков (см. рис. 118) изображён график функции $y = 0{,}5(-x^2 - 2x + 1)$. Укажите этот рисунок.

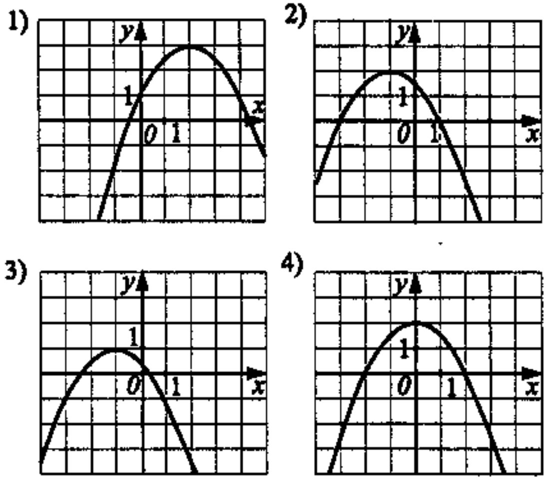

Рис. 118.

16. На рисунке 119 изображены графики зависимости массы бензина от объёма (1) и зависимости массы серной кислоты от объёма (2). Используя графики, найдите суммарную массу (в кг) 6 см^3 бензина и 6 см^3 серной кислоты.

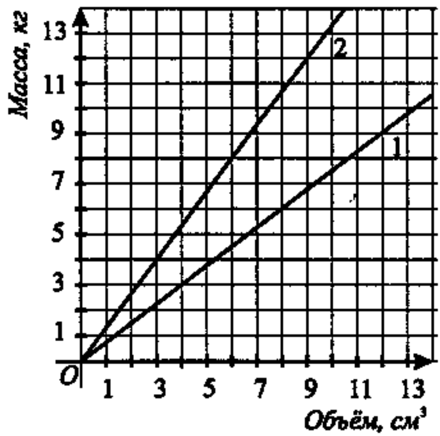

Рис. 119.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. При каких значениях a график функции $y = x^2 - 4ax + 1$ симметричен относительно прямой $x = 1$? Постройте график функции при этих значениях a.

18. Найдите наибольший корень уравнения $(x - 4{,}5)(x^2 + 2x - 31) = 0$.

19. Сколько последовательных натуральных чисел, начиная с 1, нужно взять, чтобы их сумма была трёхзначным числом, состоящим из одинаковых цифр?

20. Найдите наименьшее значение выражения $(y+2x+1)^2+(4x+2y+3)^2$.

21. Найдите все значения k, при которых параболы $y = -x^2 + 2x - 1$ и $y = kx^2$ $(k \neq 0)$ пересекаются в двух различных точках.

Вариант №32

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа 0,909; 0,99; $\frac{36}{37}$.

1) 0,99; 0,909; $\frac{36}{37}$ 2) 0,99; $\frac{36}{37}$; 0,909

3) $\frac{36}{37}$; 0,99; 0,909 4) 0,909; 0,99; $\frac{36}{37}$

2. Среди чисел $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{14,4}$; $\sqrt{\frac{64}{4}}$ найдите иррациональное.

1) $\sqrt{0,09}$ 2) $\sqrt{441}$ 3) $\sqrt{14,4}$ 4) $\sqrt{\frac{64}{4}}$

3. За время экономического кризиса цены на стройматериалы упали на 30%, а средняя зарплата граждан уменьшилась на 15%. На сколько процентов (приблизительно) от первоначальной увеличилась покупательная способность (количество стройматериалов на денежную единицу) граждан?

1) 9 2) 21 3) 29 4) 39

4. Найдите значение выражения $(a-b)(a+b)$ при $a=\frac{7}{2}$; $b=\frac{5}{2}$.

Ответ: ______

5. У студента Пети в кошельке находится 105 руб. Стоимость одной чашки кофе «Капучино» в автомате составляет 22 руб. Сколько денег студенту Пети нужно занять у студента Сени, чтобы выпить 7 чашек кофе?

1) 34 2) 35 3) 40 4) 49

6. Укажите выражение, тождественно равное $\frac{2x-6}{2x+8}$.

1) $-\frac{3-x}{-x-4}$ 2) $\frac{3-x}{-4-x}$ 3) $\frac{3-x}{x+4}$ 4) $-\frac{x-3}{x+4}$

7. Упростите выражение $\frac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}-\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$.

Ответ: ______

8. Найдите значение выражения $\frac{(13\sqrt{5})^2}{65}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{x-1}{x-3} = \frac{x+1}{x-2}$.

Ответ: ______

10. На рисунке 120 изображены графики функций $y = -(x-1)^2 + 7$ и $y = 3$. Используя рисунок, решите уравнение $-x^2 + 2x + 3 = 0$.

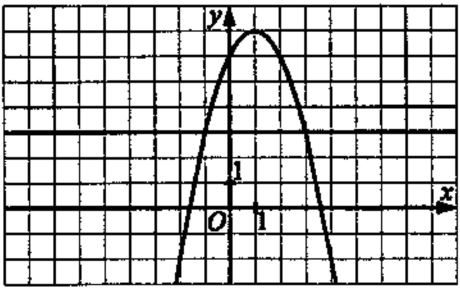

Рис. 120.

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Прямоугольный лист железа разрезали по диагонали на две части. Вычислите первоначальные размеры листа, если площадь каждого из получившихся треугольников оказалась равной 1200 см^2, а длина самой длинной стороны у них 50 см.»

Пусть a и b — стороны прямоугольника. Какая из приведённых ниже систем уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} ab = 1200 \\ a^2 + b^2 = 2500 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ab = 2400 \\ a + b = 50 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ab = 2400 \\ a^2 + b^2 = 2500 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ab = 2400 \\ a^2 + b^2 = 50 \end{cases}$

12. При каких значениях x точки графика функции $y = 2x - 5$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = 3x + 4$?

1) $x > -9$ 2) $x > 1$ 3) $x < -9$ 4) $x < 1$

13. Определите наименьшее целое число, принадлежащее области определения функции $y = \sqrt{-x^2 - 13x - 40}$.

1) -9 2) -8 3) -6 4) -5

14. Для каждой бесконечно убывающей геометрической прогрессии укажите её сумму. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая сумма.)

А) $1; \frac{1}{11}; \ldots$ Б) $\frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \ldots$ В) $\frac{3}{7}; \frac{9}{49}; \ldots$

1) 1,1 2) 1,2 3) 0,75 4) 2

Ответ:

А	Б	В

15. На одном из следующих рисунков (см. рис. 121) изображён график функции $y = 0{,}5(x^2 - 2x - 5)$. Укажите этот рисунок.

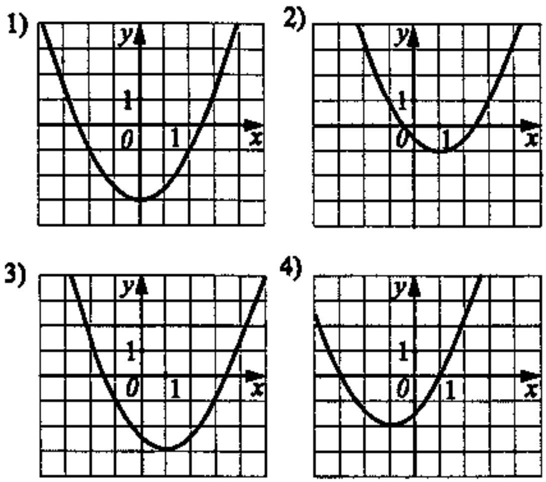

Рис. 121.

16. На рисунке 122 изображены графики зависимости массы этилового спирта от объёма (1) и массы азотной кислоты от объёма (2). Используя графики, найдите суммарную массу (в кг) 5 см^3 этилового спирта и 5 см^3 азотной кислоты.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. При каких значениях a график функции $y = x^2 + 3ax + 5$ симметричен относительно прямой $x = 2$? Постройте график функции при этих значениях a.

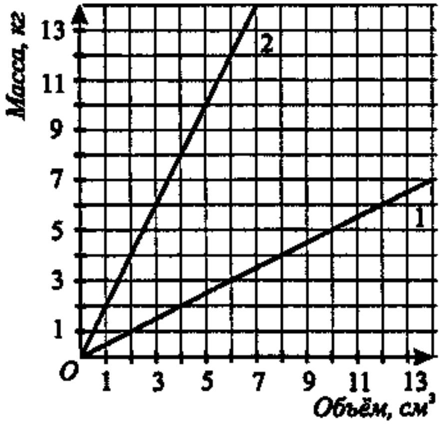

Рис. 122.

18. Найдите наименьший корень уравнения $(x^2+2x-1)(x+2{,}5)=0$.

19. Какое наименьшее количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1, нужно взять, чтобы их сумма была двухзначным числом, состоящим из одинаковых цифр?

20. Найдите наименьшее значение выражения $(2x-3y+2)^2+(6y-4x+1)^2$.

21. Найдите все значения k, при которых параболы $y=x^2+3x+2$ и $y=-x^2+kx$ имеют одну точку пересечения.

Вариант №33*

Часть 1

1. Какая из приведённых ниже дробей равна $0,4$?

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{10}{4}$ 4) $\frac{2}{2}$

2. Чему равно наименьшее из чисел $\sqrt[3]{0,008}$, $\sqrt{0,09}$, $(0,6)^3$?

1) $0,3$ 2) $0,28$ 3) $0,2$ 4) $0,125$

3. Приведите подобные члены в выражении
$7y^2+3x^2-xy+7x^2-5y^2+xy-2y^2$.

Ответ: ______

4. Найдите значение выражения $a \cdot b + c$ при $a = 7,2$, $b = 1,5$, $c = 3,5$.

Ответ: ______

5. На склад прибыло 35м^3 древесины, что составляет $\frac{5}{7}$ от заказанного объёма. Сколько места останется свободным на складе после прибытия всего заказа, если до прибытия первой части заказа оставалось 56 м^3 свободного места?

1) 7 м^3 2) 16 м^3 3) 49 м^3 4) 31 м^3

6. Упростите выражение $\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}$.

1) $\frac{1}{2y}$ 2) $\frac{2x}{x^2-y^2}$ 3) $\frac{2y}{x^2-y^2}$ 4) $\frac{-2y}{(x+y)(x-y)}$

7. Один литр жидкости весит x кг. Составьте выражение для вычисления объёма y тонн этой жидкости (в литрах).

1) $\frac{xy}{1000}$ 2) $\frac{y}{x}$ 3) $1000xy$ 4) $\frac{1000y}{x}$

8. Найдите частное: $\frac{7,5 \cdot 10^3}{5^5}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______

9. Параболы $y = x^2 + 3x + 7$ и $y = x^2 + 2x + 6$ пересекаются в одной точке. Вычислите координаты этой точки.

Ответ: ______

10. Найдите отношение $\frac{-a \cdot 10^{3n}}{b \cdot 10^{-2n}}$ при $a = 4$; $b = 2$. Известно, что n — целое число. (Запишите ответ, используя стандартный вид числа и выражение, зависящее от n, в качестве показателя степени.)

Ответ: ______

11. Решите неравенство $\frac{3x-4}{2x-6} \leqslant 1$.

1) $(-3, 2]$ 2) $(3, +\infty)$ 3) $[-2, 3)$ 4) $(-\infty, -2]$

12. Найдите угловой коэффициент прямой, уравнение которой имеет вид $3x + 2y = 5$.

1) 3 2) 2 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $-\frac{3}{2}$

13. В таблице значений

x	1	2	3	4	5
y	3	1	-2	4	3

, сделанной по одному из приведённых ниже графиков (см. рис. 123), одно значение y указано с ошибкой, а все остальные значения правильные.

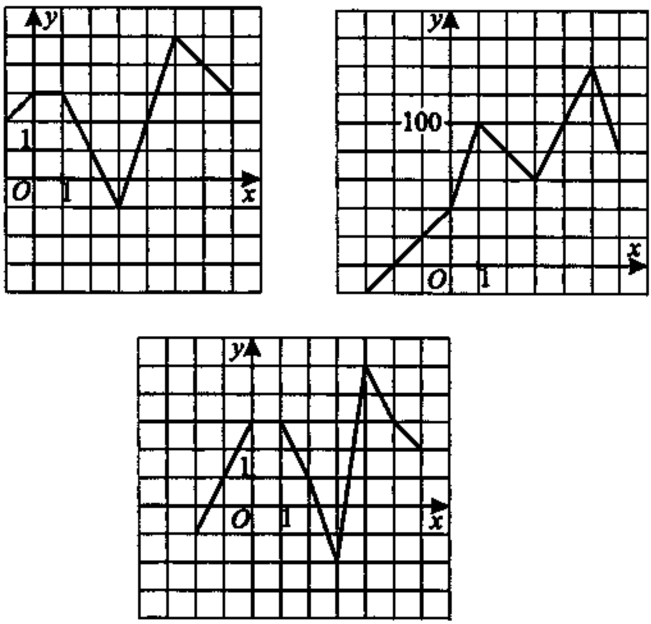

Рис. 123.

Чему равно правильное значение, которое должно стоять в таблице значений на месте ошибочного?

1) 7　　2) 5　　3) 2　　4) −1

14. Может ли число, которое делится на 9 и состоит только из цифр 1 и 2, быть: А) двузначным;　Б) трёхзначным;　В) пятизначным?
(В таблице под каждой буквой напишите номер правильного ответа на соответствующий вопрос.)
1) да, может быть
2) нет, не может быть

Ответ:

А	Б	В

15. Какая из следующих оценок рациональными числами для корня не является верной?

1) $\frac{4}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$ 2) $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{1}{2}} < 1$ 3) $\frac{3}{2} < \sqrt{3} < \frac{5}{3}$ 4) $2 < \sqrt{7} < 3$

16. Для геометрической прогрессии $a_n = 0,125 \cdot 2^n$, заданной формулой n-го члена, вычислите сумму членов прогрессии с 6-го по 13-й включительно.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Постройте график функции $y = x + \Big|3|x| - 6\Big|$ на отрезке $[-3, 3]$. Укажите наименьшее значение этой функции на этом отрезке.

18. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ касается графика функции $y = 3x^2 - 5x + 6$.

19. Найдите все такие x_1 и x_2, что $|x_1| = |x_2| = 1$ и произведение

$$(|\sqrt{5}+2\sqrt{2}|+x_1|\sqrt{5}-2\sqrt{2}|)(|5+3\sqrt{2}|+|5-3\sqrt{2}|)\left(\left|\frac{9}{4}+\sqrt{5}\right|+x_2\left|\frac{9}{4}-\sqrt{5}\right|\right)$$

является рациональным числом.

20. Найдите все значения a и b, при которых существует разложение квадратного трёхчлена на линейные множители, имеющее вид

$$x^2 - (5+b)x - a = \left(x - \frac{5}{b}\right)\left(x - \frac{45}{b}\right).$$

21. Найдите количество точек с чётными координатами, лежащих внутри треугольника ABC, координаты вершин которого $A(1;1)$, $B(41;61)$, $C(1;61)$.

Вариант №34*

Часть 1

1. В каком случае выражение не является квадратным уравнением?

1) $x^2 + 3x = 0$
2) $x^2 - 8 = 0$
3) $(1 - \sqrt{1}) + (2 - \sqrt{2})x + (3 - \sqrt{3})x^2 = 0$
4) $(1 - \sqrt{1})x^2 + (2 - \sqrt{2})x + (3 - \sqrt{3}) = 0$

2. Найдите значение выражения $4 + 10 \cdot 3 - \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{2}\right) - 2$.

1) 42　　2) 34　　3) 36　　4) 38

3. Призовой фонд на соревновании обычно делится между тремя первыми по числу набранных очков командами в отношении $9 : 4 : 1$ для первой, второй и третьей команды соответственно. На одном из соревнований после подведения итогов оказалось, что первая и вторая команды набрали поровну очков, поэтому по решению жюри доля третьей команды была удвоена, а оставшаяся часть призового фонда разделена между первыми двумя командами поровну. Сколько денег досталось первой команде (в рублях), если размер призового фонда на этом соревновании составлял 28000 рублей?

Ответ: ______

4. Многочлен $f(x)$ записан в виде произведения линейных множителей $(x - a^2x)(x + 1)(ax - a^3)(ax - 1)$. Укажите, какое из выражений **не** является корнем уравнения $f(x) = 0$.

1) a　　2) a^2　　3) -1　　4) $\frac{1}{a}$

5. Покупатель приобрёл в овощной палатке $100x$ г свёклы по цене 25 рублей за килограмм и y кг картошки по цене 20 рублей за килограмм. Чему равна суммарная стоимость этих двух товаров (в рублях)?

1) $0,25x + 20y$　　2) $4x + \frac{y}{20}$　　3) $2,5x + 20y$　　4) $2500x + 20y$

6. На рисунке 124 изображён график функции $y = 4x^3 - x^2 + 4|x| + 1$.

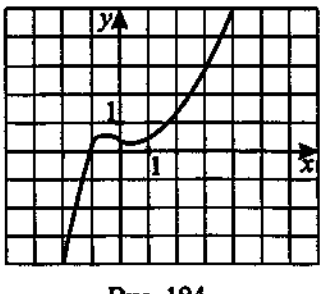

Рис. 124.

Используя график, определите, какое из решений неравенства

$4x^3 - x^2 + 4|x| + 1 \leqslant 0$ является верным.

1) $x \leqslant -1$ 2) $x \leqslant 4$ 3) $x \geqslant 4$ 4) $x \geqslant -1$

7. Определите, на каком шаге преобразований допущена ошибка (левая часть не равна правой).

1) $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{x}{x^2-y^2} = \dfrac{x-y}{(x+y)(x-y)} + \dfrac{x}{x^2-y^2}$

2) $\dfrac{x-y}{(x+y)(x-y)} + \dfrac{x}{x^2-y^2} = \dfrac{2x-y}{(x+y)(x-y)}$

3) $\dfrac{2x-y}{(x+y)(x-y)} = 2\dfrac{x-y}{(x+y)(x-y)} - \dfrac{y}{(x+y)(x-y)}$

4) $2\dfrac{x-y}{(x+y)(x-y)} - \dfrac{y}{(x+y)(x-y)} = \dfrac{2}{x+y} + \dfrac{y}{y^2-x^2}$

8. Укажите, для какого из сокращений подстановка правой части вместо левой может привести к появлению дополнительных корней.

1) $\dfrac{x}{x^5} = \dfrac{1}{x^4}$ 2) $\dfrac{x^5}{x^2} = \dfrac{x^4}{x}$

3) $\dfrac{\sqrt{x^4-x^2}}{x\sqrt{x^4-x^2}} = \dfrac{1}{x}$ 4) $\dfrac{x^2+1}{2} = \sqrt{x^2+1}$

9. Найдите все значения параметра a, при которых уравнения $ax + 2a + 7 = 0$ и $ax + 2x + 2a + 6 = 0$ имеют общий корень.

10. Знаменатель геометрической прогрессии равен 10, а сумма первых её 5 членов (с 1-го по 5-й) равна 2. Чему равна сумма следующих 5 членов этой прогрессии (с 6-го по 10-й)?

Ответ: ______

11. Найдите корни уравнения $\dfrac{3x+5}{7x+2} = \dfrac{1}{2}$.

Ответ: ______

12. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x + 7 > 1, \\ x \geqslant -3, \\ x + 1 < 4. \end{cases}$

1) $x \in (-4; 5)$ 2) $x \in [-3; 3)$ 3) $x \in [-3; 5]$ 4) $x \in (-3; 3)$

13. Прямоугольные листовки вырезаны по линиям сетки клетчатой бумаги (с квадратными клетками). Длина каждой листовки равна 30 клеткам и более чем в два раза больше ширины, а ширина не меньше одной восьмой периметра. Чему равны минимально и максимально возможная ширина листовок?

1) 10 и 15 2) 10 и 14 3) 11 и 14 4) 11 и 15

14. Для каждого из 3 чисел, укажите в каком из видов оно записано. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа для соответствующего числа.)

А) $0,358$ Б) $2,74 \cdot 10^{13}$ В) $\frac{6}{7}$

1) Обыкновенная дробь 2) Десятичная дробь

3) Число в стандартном виде 4) В виде степени

15. На рисунке 125 изображены три из четырёх окружностей, заданных приведёнными ниже уравнениями. Для какого из уравнений соответствующая ему окружность не изображена?

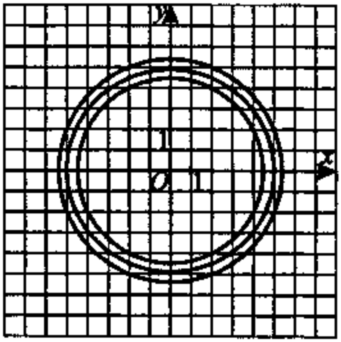

Рис. 125.

1) $x^2 + y^2 = 20$ 2) $x^2 + y^2 = 25$

3) $x^2 + y^2 = 29$ 4) $x^2 + y^2 = 34$

16. На каком из приведённых ниже промежутков возрастает функция, график которой изображён на рисунке 126?

1) $(-4; 1)$ 2) $(-1; 3)$ 3) $(2; 4)$ 4) $(3; 5)$

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Прямоугольник разделён прямой на две прямоугольные части. Площадь первой из частей на треть меньше, чем площадь целого прямоугольника. Периметр второй части на треть меньше, чем периметр целого прямоугольника. Чему равно отношение меньшей стороны меньшего прямоугольника к большей стороне большего прямоугольника?

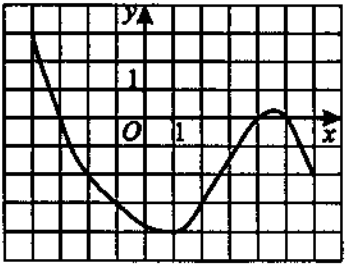

Рис. 126.

18. Найдите все квадратичные функции $y = ax^2 + bx + c$, график которых проходит через точки с координатами $A(2;5)$, $B(3;0)$ и $C(-1;4)$. Изобразите точки A, B, C на координатной плоскости и постройте проходящий через них график найденной функции (если таких функций f более одной, постройте график любой из них).

19. Выясните, имеет ли натуральные решения неравенство

$$\frac{10}{43} < \frac{1}{j} + \frac{1}{k} < \frac{7}{30}.$$

20. Найдите сумму всех натуральных чисел, меньших 180, в десятичной записи которых нет цифры 9.

21. Решите уравнение $(2x^3 + (\sqrt{3} - 5)x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 - \sqrt{3})^2 =$
$= -(x^3 - \sqrt{5}x^2 + (-5 + 2\sqrt{5})x - 2 + \sqrt{5})^2$.

Ответы к заданиям части 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4	1	3	$-1\frac{2}{3}$	1	2	1	a^3+3a^2-5a-1	$-\frac{1}{2}$; 3	(1; −1)	4	3	2	А – 2; Б – 3; В – 1	3	40
2	2	3	4	2	2	1	2	a^3+11a^2-a+1	$-1\frac{1}{3}$; 2	(2; 1)	3	3	1	А – 3; Б – 2; В – 1	2	30
3	1	2	4	2,3	2	4	3	$22a^2-18a+4$	−1,5; 5	(−2,5; 2,75)	2	4	2	А – 3; Б – 1; В – 2	2	1300
4	3	2	1	6	2	3	3	$-23b-50$	−0,5; 3	(−2; −2)	4	3	1	А – 3; Б – 1; В – 2	4	350
5	3	2	3	−2	4	1	4	2	−1,75; 1	(0,5; 0,5)	2	3	1	А – 3; Б – 1; В – 2	3	300
6	[illegible]	4	1	−4	4	2	2	3	−1; $\frac{2}{3}$	(2; 4)	2	4	4	А – 2; Б – 3; В – 1	2	100
7	4	3	2	1	2	4	1	$-2x^2+4$	2; −1,6	(4; 2)	1	3	1	А – 2; Б – 1; В – 3	3	16
8	3	2	2	9	4	4	2	$2x-9$	−3; $4\frac{2}{3}$	(−4; −2)	3	4	1	А – 2; Б – 1; В – 3	1	12

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
9	2	2	3	1	2	4	2	3	2	(3; 2)	3	2	4	А – 2; Б – 4; В – 1	3	3500
10	1	3	4	1	1	3	2	1	0,2	(–4; 14)	3	3	1	А – 3; Б – 4; В – 1	2	3000
11	2	7,6	15	5,7	1	4	3	0,5	–22	(1; –1)	2	1	2	А – 3; Б – 2; В – 4	4	2
12	1	33,2	9520	8,8	2	3	2	2,5	$-\frac{41}{3}$	(1; 3)	1	4	4	А – 1; Б – 3; В – 2	3	1
13	3	4	3	–3	1	2	2	1	2	(–3; 3)	3	2	3	3	4	А; 1,5
14	4	3	4	–10	1	4	4	3	–1	(2; 2)	4	2	2	1	3	А; 1,5
15	3	3	3	1,5	1	2	2	0,014	5	(–3; 7)	4	1	4	А – 2; Б – 1; В – 4	1	600
16	2	2	1	0,5	2	4	4	0,00262	–3	(–2; –1)	3	2	1	А – 3; Б – 2; В – 1	3	1500
17	4	3	2	–19	1	4	4	6100	5	(–2; 1)	2	3	1	А – 4; Б – 3; В – 1	2	950
18	1	3	2	2,52	1	3	1	3000	1	(1; 1)	2	2	1	А – 2; Б – 1; В – 3	4	950

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
19	3	4	2	1,1	4	1	4	3,24	1,2	(3; 3)	1	2	1	А – 2; Б – 3; В – 4	4	9000
20	1	2	3	3,3	3	4	4	1,96	–1,75	(–4; –4)	2	1	2	А – 3; Б – 4; В – 2	2	375
21	3	2	2	–1,4	4	4	1	0,004	–3	(–2; –6)	3	1	3	А – 3; Б – 1; В – 4	4	А, на 1 тыс. руб
22	4	3	2	0,16	3	3	2	0,21	2	(2; 3)	1	3	3	А – 1; Б – 2; В – 4	1	А, на 1 млн. руб
23	2	3	4	8	1	1	4	3	–2,5	(–5; 2,5)	1	1	1	А – 2; Б – 1; В – 4	2	500
24	1	3	2	3,5	2	1	2	2	4	$\left(3; \frac{8}{3}\right)$	3	4	2	А – 3; Б – 4; В – 1	1	27000
25	4	4	2	–0,36	2	1	3	2	любое число	(3; 4)	4	4	4	А – 3; Б – 1; В – 4	4	25
26	2	4	3	–2	1	3	3	1	корней нет	(8; 6)	1	4	3	А – 2; Б – 1; В – 4	3	10

9 Зак № 258

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
27	3	2	4	7,8	2	1	3	2,5	0,625	(2; −3)	2	4	3	А – 4; Б – 2; В – 3	3	*B*, на 25 км/ч
28	3	3	4	0	2	1	1	1,4	16	$\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$	2	4	3	А – 2; Б – 3; В – 1	2	*A*, на 25 км
29	2	3	3	−4,8	1	2	4	0,3	1,5	(1; −4)	3	2	1	А – 2; Б – 4; В – 1	4	1600
30	1	2	1	−1,5	3	4	3	100	−2,5	(1; 4)	2	3	1	А – 2; Б – 3; В – 1	3	380
31	3	4	4	−18	2	4	$-\frac{8\sqrt{x}}{x-4}$	5	3	−3; 1	4	1	4	А – 2; Б – 1; В – 4	3	12,5
32	2	3	2	6	4	2	$\frac{12\sqrt{x}}{x-9}$	13	5	−1; 3	3	3	2	А – 1; Б – 4; В – 3	3	12,5
33*	2	3	$10x^2$	14, 3	1	4	4	2, 4	(−1; 5)	$-2 \cdot 10^{5n}$	3	4	2	А – 2; Б – 2; В – 1	3	2040
34*	4	2	12000	1	3	1	3	3	−2, 8	$2 \cdot 10^5$	8	4	2	А – 2; Б – 3; В – 1	4	3

Ответы к заданиям части 2

№	17	18	19	20	21
1	$-2;\ 1;\ 3$	$x > \frac{5}{2}$	$\frac{20}{3}$	$m = -7;\ n = -5$	$y = \begin{cases} x+1, \text{ при } x \leqslant 2 \\ -3x+9, \text{ при } x > 2 \end{cases}$
2	$-1;\ 2;\ 3$	$x \leqslant -6$	$5;\ 5;\ 5$	$m = 3;\ n = -2$	$y = \begin{cases} -2x-8, \text{ при } x \leqslant -2 \\ \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}, \text{ при } x > -2 \end{cases}$
3	$-4;\ 4;\ 5$	$x > \frac{5}{6}$	$6;\ 15;\ 37{,}5$	$a = 3;\ b = 4$	$y = \begin{cases} -x-2, \text{ если } x < 2, \\ 4x-12, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$
4	$-7;\ -2;\ 7$	$x < \frac{5}{8}$	$24;\ 18;\ 13{,}5$	$c = 1,\ d = 1$	$y = \begin{cases} \frac{5}{3}x + \frac{25}{3}, \text{ если } x < -2, \\ -1{,}25x + 2{,}5, \text{ если } x \geqslant -2. \end{cases}$
5	$-2; 2 \pm \sqrt{2}$	$x > 3{,}5$	$96; 24; 6$	$x = 2; y = 0$	$y = \begin{cases} 5x+20,\ x \leqslant -3, \\ 2-x,\ x > -3 \end{cases}$
6	$1; -2$	$x < 2{,}4$	$1; 4; 16$	$a = 3{,}25; b = -0{,}75$	$y = \begin{cases} \frac{7}{4}x - 14,\ x \geqslant 4, \\ -3-x,\ x < 4 \end{cases}$
7	5	$\left(-2\frac{1}{7}; +\infty\right)$	$100;\ 50;\ 25$	$p = 12;\ q = -7$	$y = \begin{cases} 2x-2, \text{ если } x < 2, \\ -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}, \text{ если } x \geqslant 2 \end{cases}$

№	17	18	19	20	21
8	$-2;\ 2$	$(-\infty; 2{,}2)$	2; 6; 18	$x=-9,\ y=-12$	$y=\begin{cases}-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}, \text{ если } x<2,\\ 2x-8, \text{ если } x\geqslant 2\end{cases}$
9	3,75	2	105,6	$a=-4;$ $b=16;\ x=-4$	± 4
10	6,25	35	94,8	$a=0{,}5;\ b=2;$ $x=-0{,}5;\ a=-0{,}5;$ $b=-2;\ x=0{,}5$	$\pm\sqrt{2}$
11	$(0;1),\ (2;-5)$	2	1023	$5;\ x=\frac{1}{7},\ y=\frac{1}{14}$	$(-3;-0{,}5)\cup(0{,}5;4)$
12	$(0;-8),\ (-2;-20)$	0	3280	$4;\ x=\frac{1}{9};\ y=\frac{1}{3}$	$(-\infty;0)$
13	-3	да	1200	$0;\ x=4{,}5;\ y=2$	$a>2;\ a=0$
14	5	нет	1125	$0;\ x=-2;\ y=5$	$a<-2;\ a=0$
15	3	нет	14688	$0,\ (2;-4),\ (-2;\ 4)$	$-2<k<-1, 1<k<2$
16	-2	да	27900	$0,\ (3;-1),\ (-3;\ 1)$	$-2<k<-1, \frac{1}{2}<k<2$
17	7	нет	14700	$0; x=2; y=8$	$\frac{1}{3}<k<2$
18	-5	нет	20065	$0; x=2; y=7$	$-3<k<-\frac{1}{3}$
19	x — любое число	да	600	$2;\ x=2,\ y=3$	$0{,}5<k<2$
20	$x=-2$	нет	1080	$3;\ x=3,\ y=1$	$-2<k<-0{,}5$

№	17	18	19	20	21
21	-4	нет	2030	$0; x = 1; y = 2$	1
22	1	нет	2800	$0; x = -2; y = 1$	$(-\infty; -1] \cup \{-0,25\} \cup \{0,25\} \cup [1; +\infty)$
23	-2	нет	323	$3; x = 6; y = 1$	$-1 < k < 2$
24	0,5	нет	267	$-8; x = 1; y = 2$	$-3 < k < 1$
25	$(-\infty; 2]$	2	33600	0,5	$1 < k < 3$
26	$\left(-\infty; 3\frac{1}{2}\right]$	2	52728	0,2	$2 < k < 5$
27	2,5	нет	$\frac{2}{3}$	$0;\ (-2; 4);\ (3; -1)$	$k \in \left(-\frac{2}{3}; 0\right)$
28	25,5	нет	2	$0;\ (-4; 5);\ (3; -2)$	$k \in (0; 0,5)$
29	4,5	да	4026	$0;\ x = 3;\ y = 2$	$k \in (0,5; 1)$
30	-2	нет	3225	$0;\ x = 5;\ y = 2$	$k \in (-3; -1,5)$
31	0,5	$-1 + 4\sqrt{2}$	36	0,2	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$
32	$-1\frac{1}{3}$	$-2,5$	10	5	$-1; 7$
33*	-2	$-5 \pm 6\sqrt{2}$	$-1; -1$	$a = -9;\ b = 5;$ $a = -\frac{9}{4};\ b = -10$	300
34*	$\frac{1}{3}$	$y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 7$	не имеет	13572	$x = 1 \pm \sqrt{2}$

Решения

§ 1. Решение варианта №1

Часть 1

1. $35 \cdot 10^9 = 3{,}5 \cdot 10^{10}$ (т)

Ответ: $3{,}5 \cdot 10^{10}$ т.

2. $\dfrac{200-25}{200} \cdot 100\% = 87{,}5\% \approx 88\%$.

Ответ: 88%.

3. Рассмотрим каждое неравенство отдельно, пользуясь схемой.
1) $a^2 > 0$, $b > 0$, неравенство $a^2b > 0$ верное;
2) $a < 0$, $b > 0$, $|b| > |a|$, неравенство $a + b > 0$ верное;
3) $a < 0$, $b > 0$, $-b < 0$, $a + (-b) < 0$, $a - b < 0$, неравенство $a - b > 0$ **неверное**;
4) $b > 0$, $a < 0$, $-a > 0$, $b + (-a) > 0$, неравенство $b - a > 0$ верное.

Ответ: $a - b > 0$.

4. $\dfrac{\sqrt{0{,}25}-1}{\sqrt{0{,}09}} = \dfrac{0{,}5-1}{0{,}3} = -\dfrac{0{,}5}{0{,}3} = -\dfrac{5}{3} = -1\dfrac{2}{3}$.

Ответ: $-1\dfrac{2}{3}$.

5. По правилу нахождения неизвестного делителя имеем: $R = \dfrac{u^2}{p}$.

Ответ: $R = \dfrac{u^2}{p}$.

6. $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$, $2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{24}$,
$6 = \sqrt{36}$, $\sqrt{24} < \sqrt{36} < \sqrt{45}$, значит в порядке возрастания данные числа располагаются так: $2\sqrt{6}$; 6; $3\sqrt{5}$.

Ответ: $2\sqrt{6}; 6; 3\sqrt{5}$.

7. $\dfrac{5ab-25a^2}{10ab}=\dfrac{5a(b-5a)}{10ab}=\dfrac{b-5a}{2b}$.

Ответ: $\dfrac{b-5a}{2b}$.

8. $(a-1)^3+2a(3a-4)=a^3-3a^2+3a-1+6a^2-8a=a^3+3a^2-5a-1$.

Ответ: a^3+3a^2-5a-1.

9. $2x^2-5x-3=0$, $x_{1,2}=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\dfrac{5\pm7}{4}$, $x_1=3$, $x_2=-\dfrac{1}{2}$.

Ответ: $-\dfrac{1}{2}; 3$.

10. $\begin{cases}4x+3y=1,\\2x-3y=5;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x=6,\\3y=2x-5;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1,\\3y=-3;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

$(1;-1)$ — координаты точки A.

Ответ: $(1;-1)$.

11. Пусть яблок x штук, тогда слив $\dfrac{x}{3}$ штук, а груш $\left(\dfrac{x}{3}+12\right)$ штук. Всего у Вани 27 фруктов. Условию задачи соответствует уравнение:

$x+\dfrac{x}{3}+\left(\dfrac{x}{3}+12\right)=27$.

Ответ: $x+\dfrac{x}{3}+\left(\dfrac{x}{3}+12\right)=27$.

12. Рассмотрим каждую прогрессию при условии, что $n=12$.
1. $a_{12}=2\cdot12=24>0$;
2. $a_{12}=3\cdot12-36=0$;
3. $a_{12}=4\cdot12-50=-2<0$, что соответствует условию задачи.
4. $a_{12}=\dfrac{12}{2}=6>0$.

Ответ: $a_n=4n-50$.

13. $30-\dfrac{x}{2}<0$, $\dfrac{x}{2}>30$, $x>60$.

Ответ: $x>60$.

14. А) $x^2-4>0$, $(x-2)(x+2)>0$,

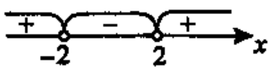

Рис. 127.

$x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ (см. рис. 127).

Б) $x^2 - 4 < 0$, $x \in (-2; 2)$
В) $x^2 + 4 > 0$, $x \in (-\infty; +\infty)$.

Ответ:

А	Б	В
$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	$(-2; 2)$	$(-\infty; +\infty)$

15. Рассмотрим график:

а) ветви параболы направлены вниз, значит, $a < 0$;

б) график пересекает ось Ox в двух различных точках, значит, $D > 0$.

Ответ: $a < 0, D > 0$.

16. По графику определяем: сопротивление резистора B при температуре $40°C$ равно 400 Ом.

Ответ: 400 Ом.

Часть 2

17. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$.
Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:
$(x^3 - x^2) - (x^2 + 5x - 6) = 0$, $x^2(x-1) - (x-1)(x+6) = 0$, $(x-1)(x^2 - x - 6) = 0$. $x - 1 = 0$, $x = 1$ или $x^2 - x - 6 = 0$, $x = -2$, $x = 3$ — по теореме, обратной теореме Виета.

Ответ: $-2, 1, 3$.

18. 1. Определим знак разности $\sqrt{7} - 2{,}8$.
Так как $2{,}8 = \sqrt{7{,}84}$ и $\sqrt{7} < \sqrt{7{,}84}$, то $\sqrt{7} - 2{,}8 < 0$.
2. Разделим обе части неравенства $(\sqrt{7} - 2{,}8)(2x - 5) < 0$ на $\sqrt{7} - 2{,}8$.
Учитывая, что $\sqrt{7} - 2{,}8 < 0$, получим: $2x - 5 > 0$, $2x > 5$, $x > 2{,}5$.

Ответ: $x > 2{,}5$.

19. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия. Составим и решим систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_1q = 20, \\ b_1q^2 + b_1q^3 = 80. \end{cases}$

$\begin{cases} b_1(1+q) = 20, \\ b_1q^2(1+q) = 80; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1(1+q) = 20, \\ q^2 = 4. \end{cases}$ По условию прогрессия возрастающая, значит, $q = 2$, $b_1 = \dfrac{20}{3} = 6\dfrac{2}{3}$.

Ответ: $6\dfrac{2}{3}$.

20. 1. Выразим из равенства $n - m = 2$ одну переменную через другую. Например, переменную n через m: $n = m + 2$.
2. Подставим $n = m + 2$ в выражение $2m^2 + mn - 4n^2$, получим:
$2m^2 + m(m+2) - 4(m+2)^2 = 2m^2 + m^2 + 2m - 4m^2 - 16m - 16 =$

$= -m^2 - 14m - 16$.

3. Выделим в трёхчлене $-m^2 - 14m - 16$ квадрат двучлена $-(m+7)^2 + 33$. Значит, наибольшее значение трехчлен принимает при $m = -7$.

4. Из равенства $n = m + 2$ найдём соответствующее значение n: $n = -7 + 2 = -5$.

Ответ: $m = -7, n = -5$.

21. График функции состоит из двух лучей с общим началом в точке с координатами $(2; 3)$.

1. Замечаем, что одна из прямых параллельна биссектрисе первого координатного угла, значит, её угловой коэффициент равен 1, то есть $k = 1$. Эта прямая пересекает ось Oy в точке с координатами $(0; 1)$, значит, $b = 1$. Имеем: при $x \leqslant 2$ функция задаётся формулой $y = x + 1$.

2. Составим уравнение прямой, проходящей через точки $(2; 3)$ и $(3; 0)$. Подставив координаты точек в уравнение прямой $y = kx + b$, получим систему уравнений $\begin{cases} 2k + b = 3, \\ 3k + b = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2k, \\ 3k + 3 - 2k = 0; \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2k, \\ k = -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 9, \\ k = -3. \end{cases}$

Имеем: при $x > 2$ функция задаётся формулой $y = -3x + 9$.

3. Таким образом, $y = \begin{cases} x + 1, \text{при } x \leqslant 2, \\ -3x + 9, \text{при } x > 2. \end{cases}$

Ответ: $y = \begin{cases} x + 1, \text{при } x \leqslant 2, \\ -3x + 9, \text{при } x > 2. \end{cases}$

§ 2. Решение варианта №33*

1. Исследуем ответы: $\frac{10}{4} = 2{,}5 > 0{,}4$ $\frac{2}{2} = 1 > 0{,}4$, значит, это либо $\frac{1}{4}$, либо $\frac{2}{5}$.

$\frac{1}{4} = 0{,}25$, $\frac{2}{5} = 0{,}4$ — искомая дробь.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

2. $\sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$, $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$, $(0{,}6)^3 = 0{,}216$. Наименьшее из данных чисел равно 0,2.

Ответ: 0,2.

3. $\underline{y^2} + \underline{\underline{3x^2}} - xy + \underline{\underline{7x^2}} - \underline{5y^2} + xy - \underline{2y^2} = 10x^2 - 6y^2$.

Ответ: $10x^2 - 6y^2$.

4. Составим математическую модель: $56 - \dfrac{35 \cdot 7}{5} = 7$ (м^3) места останется свободным на складе.

Ответ: 7 м^3.

5. $7{,}2 \cdot 1{,}5 + 3{,}5 = 7{,}2(1 + 0{,}5) + 3{,}5 = 7{,}2 + 3{,}6 + 3{,}5 = 7{,}2 + 7{,}1 = 14{,}3$.

Ответ: 14,3.

6. $\dfrac{1}{x+y} - \dfrac{1}{x-y} = \dfrac{x-y-x-y}{x^2-y^2} = \dfrac{2y}{y^2-x^2}$.

Ответ: $\dfrac{2y}{y^2-x^2}$.

7. Пусть z л составляет объём y тонн жидкости. Составим пропорцию:

$$\begin{array}{l} \downarrow\; x \text{ кг} \;-\; 1 \text{ л} \downarrow \\ \downarrow\; 1000y \text{ кг} \;-\; z \text{ л} \downarrow \end{array}$$

$z = \dfrac{1000y}{x}$

$\dfrac{1000y}{x}$ литров объём y тонн жидкости.

Ответ: $\dfrac{1000y}{x}$.

8. $\dfrac{7{,}5 \cdot 10^3}{5^5} = \dfrac{7{,}5 \cdot 2^3 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = 0{,}3 \cdot 8 = 2{,}4$.

Ответ: 2,4.

9. Задача сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 7, \\ y = x^2 + 2x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0, \\ y = x^2 + 2x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 5. \end{cases}$$

$(-1; 5)$ — искомые координаты.

Ответ: $(-1; 5)$.

10. Для решения задачи необходимо найти, при каких значениях x график функции f лежит не выше оси Ox. Этому условию удовлетворяет неравенство $x \leqslant -1$.

Ответ: $x \leqslant -1$.

11. $\dfrac{3x-4}{2x-6} \leqslant 1$, $\dfrac{3x-4}{2x-6} - 1 \leqslant 0$, $\dfrac{3x-4-2x+6}{2x-6} \leqslant 0$, $\dfrac{x+2}{2x-6} \leqslant 0$,

$\dfrac{x+2}{x-3} \leqslant 0$ (1).

Решим неравенство (1) методом интервалов:

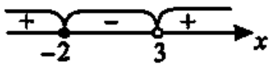

Рис. 128.

$-2 \leqslant x < 3$ (см. рис. 128).

Ответ: $[-2; 3)$.

12. Запишем уравнение прямой $3x+2y=5$ в явном виде, для чего выразим y через x. Получим: $2y=-3x+5$, $y=-1{,}5x+2{,}5$, $k=-1{,}5$.

Ответ: $-1{,}5$.

13. Число, которое делится на 9 и состоит только из цифр 1 и 2, двузначным и трёхзначным быть не может, так как сумма цифр такого числа меньше 9. Пятизначным числом может быть и должно состоять из четырёх двоек и одной единицы: 12222, 21222, 22122, 22212, 22221.

Ответ: А) — нет, не может быть;
Б) — нет, не может быть ;
В) — да, может быть.

14. Для каждого графика исследуем значение y при указанных в таблице значениях x и найдем график функции, для которой только одно значение y указано в таблице с ошибкой.

А) $y(1)=3$, $3=3$, $y(2)=1$, $1=1$, $y(3)=-1$, $-1\neq-2$, $y(4)=2$, $2\neq4$— неверно более одного значения y, что не соответствует условию.

Б) $y(1)=5$, $5\neq3$, $y(2)=4$, $4\neq1$— неверно более одного значения y, что не соответствует условию.

В) $y(1)=3$, $3=3$, $y(2)=1$, $1=1$, $y(3)=-2$, $-2=-2$, $y(4)=5$, $5\neq4$, $y(5)=3$, $3=3$ — удовлетворяет условию задачи.

В таблице значению $x=4$ должно соответствовать $y=5$.

Ответ: 5.

15. Рассмотрим каждую оценку.

1) $\frac{4}{3}<\sqrt{2}<\frac{3}{2}$, $\frac{16}{9}<2<\frac{9}{4}$, $1\frac{7}{9}<2<2\frac{1}{4}$— верное неравенство.

2) $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{2}}<1$, $\frac{1}{4}<\frac{1}{2}<1$— верное неравенство.

3) $\frac{3}{2}<\sqrt{3}<\frac{5}{3}$, $\frac{9}{4}<3<\frac{25}{9}$, $2\frac{1}{4}<3<2\frac{7}{9}$— неверное неравенство.

4) $2<\sqrt{7}<3$, $4<7<9$— верное неравенство.

Оценка $\frac{3}{2} < \sqrt{3} < \frac{5}{3}$ не является верной.

Ответ: $\frac{3}{2} < \sqrt{3} < \frac{5}{3}$.

16. Найдем a^6 и q.

$a_6 = 0{,}125 \cdot 2^6 = 0{,}125 \cdot 64 = 8$, $q = \frac{a_7}{a_6} = \frac{0{,}125 \cdot 2^7}{0{,}125 \cdot 2^6} = 2$.

Переформулируем задачу: найти сумму первых 8 членов геометрической прогрессии (b_n), у которой $b_1 = 8$, $q = 2$.

$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$, $S_n = \frac{8(2^8 - 1)}{2 - 1} = 8 \cdot 255 = 2040$.

Ответ: 2040.

17. Построим график функции $y = x + \left|3\,|x| - 6\right|$ на отрезке $[-3; 3]$.
Замечаем, что точкой $x = 0$ отрезок $[-3; 3]$ разбивается на два промежутка: $[-3; 0)$ и $[0; 3]$.

1) $-3 \leqslant x < 0$.
$y = x + |-3x - 6|$. При $-3x - 6 = 0$, $x = -2$, промежуток $[-3; 0)$ разбивается на два промежутка: $[-3; -2)$ и $[-2; 0)$.

а) $-3 \leqslant x < -2$.
$-3x - 6 > 0$, $|-3x - 6| = -3x - 6$, $y = x - 3x - 6 = -2x - 6$.

б) $-2 \leqslant x < 0$.
$-3x - 6 < 0$, $|-3x - 6| = 3x + 6$, $y = x + 3x + 6 = 4x + 6$.

2) $0 \leqslant x \leqslant 3$.
$y = x + |3x - 6|$.
При $3x - 6 = 0$, $x = 2$, промежуток $[0; 3]$ разбивается на два промежутка: $[0; 2)$ и $[2; 3]$.

а) $0 \leqslant x < 2$.
$3x - 6 < 0$, $|3x - 6| = 6 - 3x$, $y = x + 6 - 3x$, $y = -2x + 6$.

б) $2 \leqslant x \leqslant 3$.
$3x - 6 > 0$, $|3x - 6| = 3x - 6$, $y = x + 3x - 6$, $y = 4x - 6$.

Имеем: $y = \begin{cases} -2x - 6, \text{ при } -3 \leqslant x < -2, \\ 4x + 6, \text{ при } -2 \leqslant x < 0, \\ -2x + 6, \text{ при } 0 \leqslant x < 2, \\ 4x - 6, \text{ при } 2 \leqslant x \leqslant 3. \end{cases}$

Наименьшее значение функции y на отрезке $[-3; 3]$ $y(-2) = -2$.

Ответ: -2.

18. По условию прямая $y = kx$ касается графика функции $y = 3x^2 - 5x + 6$, значит, прямая и парабола имеют только одну общую точку, следователь-

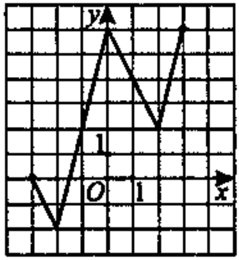

Рис. 129.

но уравнение $3x^2 - 5x + 6 = kx$ имеет единственный корень.

Таким образом, для решения задачи надо найти, при каких значениях k дискриминант уравнения $3x^2 - (5+k)x + 6 = 0$ равен нулю.
$D = (5+k)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6$, $D = 25 + 10k + k^2 - 72$, $D = 0$, $k^2 + 10k - 47 = 0$, $k_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25+47} = -5 \pm 6\sqrt{2}$.

Ответ: $-5 - 6\sqrt{2}$, $-5 + 6\sqrt{2}$.

19. $(|\sqrt{5} + 2\sqrt{2}| + x_1|\sqrt{5} - 2\sqrt{2}|) \cdot (|5 + 3\sqrt{2}| + |5 - 3\sqrt{2}|) \cdot$

$\cdot \left(|\frac{9}{4} + \sqrt{5}| + x_2|\frac{9}{4} - \sqrt{5}|\right) = (\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}x_1 - \sqrt{5}x_1) \cdot$

$\cdot 10 \cdot \left(\frac{9}{4} + \sqrt{5} + \sqrt{5}x_2 - \frac{9}{4}x_2\right) = 10(2\sqrt{2}(1 + x_1) + \sqrt{5}(1 - x_1)) \cdot$

$\cdot \left(\frac{9}{4}(1 - x_2) + \sqrt{5}(1 + x_2)\right)$.

По условию $|x_1| = |x_2| = 1$, значит, возможны 4 случая:
1) $x_1 = 1, x_2 = 1$; 2) $x_1 = 1, x_2 = -1$;
3) $x_1 = -1, x_2 = 1$; 4) $x_1 = -1, x_2 = -1$.
Произведение будет рациональным числом, если в первой и во второй скобке останутся слагаемые, содержащие только $\sqrt{5}$. В этом случае $x_1 = -1, x_2 = 1$.

Получаем: $10(2\sqrt{2}(1-1) + \sqrt{5}(1+1))\left(\frac{9}{4}(1-1) + \sqrt{5}(1+1)\right) =$

$= 10 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 200$.

Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = 1$.

20. Из разложения квадратного трехчлена делаем вывод, что уравнение $x^2 - (5+b)x - a = 0$ имеет корни $x_1 = \frac{5}{b}$, $x_2 = \frac{45}{b}$.

По теореме Виета: $x_1 + x_2 = 5 + b$, $x_1 \cdot x_2 = -a$.

Найдём значения a и b, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{5}{b} + \dfrac{45}{b} = 5 + b, \\ \dfrac{5}{b} \cdot \dfrac{45}{b} = -a; \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{50}{b} = 5 + b, \\ -ab^2 = 225; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 + 5b - 50 = 0, \\ -ab^2 = 225; \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} b = 5, \\ a = -9, \end{array} \right. \\ \\ \left[\begin{array}{l} b = -10, \\ a = -2{,}25. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ответ: $a = -9; b = 5$; $a = -2{,}25; b = -10$.

21. Выполним эскиз по условию задачи. Достроим треугольник ABC до прямоугольника $ACBD$. Точки $A_1(2;2)$, $C_1(2;60)$, $B_1(40;60)$, $D_1(40;2)$ лежат внутри прямоугольника. Тогда отрезок A_1C_1 содержит 30 точек с

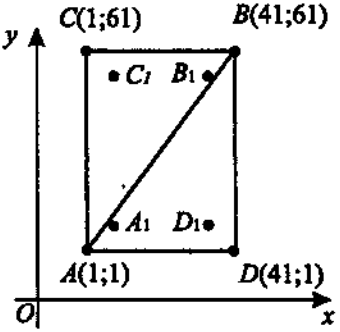

Рис. 130.

чётными координатами, отрезок B_1C_1 — 20 точек. Внутри прямоугольника $ACBD$ $20 \cdot 30 = 600$ точек с чётными координатами. Докажем, что ни одна их этих точек не лежит на диагонали AB.

Составим уравнение прямой AB. $y = kx + b$ $\begin{cases} 1 = k + b, \\ 61 = 41 + b, \end{cases}$ $k = 1{,}5$, $b = -0{,}5$. $y = 1{,}5x - 0{,}5$— уравнение прямой AB.

Ясно, что при любом чётном значении x, значение y— дробное число, поэтому ни одна точка с чётными координатами не лежит на AB. Следовательно, количество точек, удовлетворяющих условию задачи, равно половине точек, расположенных внутри прямоугольника $ACBD$, то есть $600 : 2 = 300$.

Ответ: 300.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Томы на 8% больше среднего роста. Какой рост у Томы?

2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 руб.?

3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота прыжка взрослого кенгуру?

4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?

5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раз. В каком аквариуме хомячков стало больше?

7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?

8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?

9. В первом спичечном коробке количество спичек было в 3 раза больше, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек больше?

10. На складе А было на 50% продукции больше, чем на складе В. Через месяц количество продукции на складе А стало в 1,25 раз меньше, а на складе В — на 25% больше, чем было. На каком складе продукции стало

больше?

11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%, а неуспевающих по какому-либо предмету — в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведённые данные точные (не подвергались округлению)?

12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше, блондинов или блондинок?

13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?

14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была $20°C$?

15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5 %-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)

16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?

17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?

18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Сколько рублей теперь выплачивается рабочему в качестве зарплаты, если до увеличения его зарплата составляла 4000 рублей?

19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?

20. По расчётам одной группы физиков, масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков, масса всех нейтронов, протонов и электронов во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков отводит массе барионной материи бóльшую долю?

21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое число клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

22. $\frac{25x^2-9}{x^2+x-12}\cdot\frac{x+4}{5x+3}+\frac{2x}{3-x}$.

23. $\frac{9x^2-49}{2x^2+15x-8}\cdot\frac{x+8}{3x+7}-\frac{1}{1-2x}$.

24. $\left(\frac{x+3y}{x^2y-3xy^2}+\frac{3}{x^2+3xy}\right)\cdot\frac{9y^3-x^2y}{(9y+x)^2}$.

25. $\left(\frac{2x+y}{2x^2y-xy^2}-\frac{2}{y^2+2xy}\right):\frac{(6x+y)^2}{4x^3-y^2x}$.

26. $\left(\frac{a^2-4b^2}{a^2+ab-6b^2}-\frac{a^2-9b^2}{a^2+6ab+9b^2}\right)\cdot\frac{a+3b}{b}$.

27. $\left(\frac{6a+1}{a^2-6a}+\frac{6a-1}{a^2+6a}\right)\cdot\frac{a^4-35a^2-36}{a^4+2a^2+1}$.

28. $\left(\frac{x+7a}{7ax-x^2}+\frac{x-7a}{7ax+x^2}\right):\frac{28a}{x^2-49a^2}$.

29. $\left(\frac{x-4a}{4ax-x^2}+\frac{4a+x}{4xa+x^2}\right):\frac{16a}{x^2-16a^2}$.

30. $\left(\frac{x^2-2ax+4a^2}{x-2a}+\frac{x^2+2ax+4a^2}{2a+x}\right)\cdot\frac{4a^2-x^2}{2x^3}$.

31. $\left(\frac{x+4a}{x-a}-\frac{3-ax}{x+a}-\frac{5a-3-a^2}{x^2-a^2}:\frac{1}{x}\right)\cdot(x^2-a^2)$.

32. $\frac{b^2}{a-b}:\left(\frac{a^2+ab+b^2}{ab+b^2}-\frac{a^2-ab+b^2}{ab-b^2}\right)$.

33. $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\right)\cdot\frac{ab^3-a^4}{b^5-4a^4b}$.

34. $\left(\frac{2a-4b}{b^2+4ab}-\frac{3a+b}{b^2-4ab}\right)\cdot(b^2-4ab)+\frac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}$.

35. $\left(\frac{a+b}{a^2-b}-\frac{a-b}{a^2+b}\right):\frac{a+1}{a^2-b}$.

36. $\frac{16}{a+5}-\frac{3-2a}{72a^2+24a+8}\cdot\frac{-8+216a^3}{2a^2+7a-15}$.

37. $\left(\frac{1}{a-1}-\frac{a^2-1}{a+1}\right)^{-1}+\frac{a^2-a-1}{a^2-2a}$.

38. $\left(\frac{a}{a+1}+\frac{1}{a-1}\right)^{-1}+\frac{2}{a^2+1}$.

39. $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

40. $\frac{(a+b)^3}{a^2-ab+b^2}-3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{3}{a+b}\right)^{-1}$.

41. $\left(a+\frac{b-a}{1+ab}\right):\left(1-\frac{a(b-a)}{1+ab}\right)$.

42. $\left(a-\frac{4a-9}{a-2}\right):\left(2a-\frac{2a}{a-2}\right)$.

43. $\left(x+1-\frac{12x-13}{x+3}\right):\left(x-3-\frac{7}{x+3}\right)$.

44. $\frac{x}{\frac{2}{x+1}-1}-\frac{2+\frac{4x}{1-x}}{x+1}+3$.

45. $\frac{18\cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1}\cdot 2^{4n-3}}$.

46. $\left(\frac{3}{4a-b}-\frac{2}{4a+b}-\frac{1}{4a-5b}\right):\frac{b^2}{16a^2-b^2}$.

47. $\left(\frac{1}{x^2+3x+2}-\frac{1}{x^2+5x+6}\right):\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right)$.

48. $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+2}+\frac{13}{4-\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{1}{3+3\sqrt{3}}$.

49. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$.

50. $\left(\frac{2m}{m-7}+\frac{4m}{m^2-14m+49}\right)\cdot\frac{m^2-9m+14}{m-5}+\frac{10m}{7-m}$.

51. $\left(\frac{m}{m-5}+\frac{3m}{2m^2-11m+5}\right)\cdot\frac{m^2+m-30}{m+1}-\frac{4m}{2m-1}$.

52. $\sqrt{\left(2-\sqrt[3]{20}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt[3]{20}\right)^2}$.

53. $\sqrt{\left(\sqrt[5]{240}-2\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt[5]{240}-3\right)^2}$.

54. $\left(\left(\frac{b^2-2b+2}{b^4+4}\right)^{-1}-1\right)\cdot(b+1)^{-1}$.

55. $x^{-8}\cdot\left(\dfrac{1}{x-1}+(x+1)(x^2+1)(x^4+1)\right)$.

56. $\dfrac{4\cdot 36^n}{2^{2n+2}\cdot 3^{2n-3}}$.

57. $\dfrac{8\cdot 100^n}{5^{2n-2}\cdot 2^{2n+1}}$.

58. $\dfrac{\left(5^{1-5n}\right)^2\cdot\left(4^{2n+1}\right)^3\cdot(2{,}5)^{11n}}{160}$.

59. $81\cdot\dfrac{\left(3\cdot 3^n\right)^{3n}}{\left(9^n\right)^2}:27^{n^2-n}$.

60. $\dfrac{1}{\sqrt{4}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\dfrac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}$.

61. $\sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{10}-4\right)^2}$.

62. Найдите сумму иррациональных чисел $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

63. Найдите сумму иррациональных чисел $\sqrt{21-12\sqrt{3}}+\sqrt{21+12\sqrt{3}}$.

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение выражения $\dfrac{1}{\sqrt{4}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}$?

65. Найдите значение выражения:

$$\frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}+\frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}+\sqrt{13})}+\frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}-\sqrt{13})}.$$

Упростите выражение (66–67):

66. $\dfrac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}$.

67. $\dfrac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$ $(a<0,b<0)$.

Сократите дробь (68–71):

68. $\dfrac{2ab-10a+5-b}{2a^2-7a+3}$.

69. $\dfrac{6-9n+6mn-4m}{3n^2+n-2}$.

70. $\dfrac{3ab+21a+2b+14}{9a^2+9a+2}$.

71. $\dfrac{4ab-16a+b-4}{16a^2-8a-3}$.

Упростите выражение (72–85):

72. $\left(\dfrac{n+1}{n^2+4n+4}-\dfrac{n-1}{n^2-4}\right):\dfrac{2n}{(n+2)^2}$.

73. $\left(\dfrac{x}{x^2-2x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right):\dfrac{5}{(x-1)^2}$.

74. $\left(\dfrac{a(1-a)}{2}+\dfrac{a^2-4a+3}{2a^2-6a}\right):(a-1)^2$.

75. $\left(\dfrac{(b^2-3b+2)(b-1)}{b^2}-\dfrac{b^2-4b+3}{b}\right):(b-1)^2$.

76. $\left(\dfrac{k+2}{k^2+3k-4}-\dfrac{k-8}{k^2+8k+16}\right):\dfrac{5}{(k+4)^2}$.

77. $\left(\dfrac{1}{t^2-4}-\dfrac{1}{t^2+t-6}\right):\dfrac{1}{t^2+5t+6}$.

78. $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$.

79. $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.

80. $\left(\dfrac{m-3}{m^2-4m+3}-\dfrac{2m}{m^2-1}\right):\dfrac{1}{5m+5}$.

81. $\left(\dfrac{m+3}{m^2+4m+4}-\dfrac{2m+6}{m^2+5m+6}\right)\cdot\dfrac{m^2-4}{m+1}$.

82. $\left(\dfrac{x-1}{x^2-6x+8}-\dfrac{3}{x^2-16}\right):\dfrac{2x^2+4}{x^2+2x-8}+\dfrac{1}{8-2x}$.

83. $\left(\dfrac{x+6}{x^2-6x}+\dfrac{x-6}{x^2+6x}\right):\dfrac{x^2+36}{x^2-36}-\dfrac{2}{x}$.

84. $\left(\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}-\dfrac{a^2}{a+b}\right)\left(\dfrac{-1}{b^2}\right)$.

85. $\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}+\dfrac{b}{a+b}\right)\dfrac{a+b}{3b}$.

86. Докажите тождество: $\left(\dfrac{2a+1}{2a-1}-\dfrac{2a-1}{2a+1}\right)\cdot\left(1-\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{4a^2}\right)=\dfrac{4a-2}{2a^2+a}$.

Упростите выражение (87–95):

87. $\left(a-b+\dfrac{4ab}{a-b}\right):\left(\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{2ab}{b^2-a^2}\right)$.

88. $\dfrac{1}{3b-1}-\dfrac{27b^3-3b}{9b^2+1}\cdot\left(\dfrac{3b}{9b^2-6b+1}-\dfrac{1}{9b^2-1}\right).$

89. $\dfrac{3}{2a-3}-\dfrac{8a^3-18a}{4a^2+9}\cdot\left(\dfrac{2a}{4a^2-12a+9}-\dfrac{3}{4a^2-9}\right).$

90. $\left(\dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{3}{x-4}-\dfrac{6-4x}{x^2-3x-4}\right):\dfrac{2x-3}{x}.$

91. $\dfrac{2x-5}{x}:\left(\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{21-3x}{x^2+x-6}\right).$

92. $\left(\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{5}{a^2-a-6}+\dfrac{2a}{a-3}\right)\cdot\dfrac{a}{2a+1}.$

93. $\left(\dfrac{2}{b+1}+\dfrac{10}{b^2-3b-4}+\dfrac{3b}{b-4}\right):\dfrac{3b+2}{3}.$

94. $\left(\dfrac{m^2+3m}{m^2+3m+2}-\dfrac{m^2-2m}{m^2-2m-3}\right):\dfrac{1}{m^2-m-6}-\dfrac{5}{m+1}.$

95. $\left(\dfrac{m^2+3m}{m^2+3m-4}-\dfrac{m^2-4m}{m^2-4m+3}\right):\dfrac{m}{m^2+m-12}.$

96. Разложите многочлен mn^2-n^2+mn-n на линейные множители.

97. Сократите дробь $\dfrac{3x^2+7x-6}{x^2-9}$ при $x\neq\pm3$.

98. Разложите на множители $\dfrac{1}{xy}\cdot(x^3y-2xy^3-x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

99. Разложите на множители $\dfrac{1}{xy}\cdot(x^3y-3xy^3+2x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения
$(2x^2+3y+x+5)^2+(y+3-2x)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения
$(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ и значения x и y, при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения
$(17-4x-5y)^2+(3x-y-4{,}2)^2+3$ и значения x и y, при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0;y_0)$, при которых верно равенство
$\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

104. Найдите все пары чисел $(a;b)$, при которых равны значения выражений $2+\sqrt{2a-3b-1}$ и $\sqrt{4-(a-2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

105. $\frac{2}{x^2 - x - 12} + \frac{6}{x^2 + 4x + 3} = \frac{1}{x + 3}$.

106. $\frac{3}{x^2 + 4x - 5} - \frac{5}{x^2 - 8x + 7} = \frac{2}{x - 1}$.

107. $\frac{3}{x^2 + x - 6} - \frac{2}{2x^2 - 5x + 2} = \frac{x}{2x^2 + 5x - 3}$.

108. $\frac{x}{2 + 3x} - \frac{5}{3x - 2} = \frac{15x + 10}{4 - 9x^2}$.

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$.

110. $2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0$.

111. $10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3$.

112. $(x^2 + 3)^2 + 3 = 7x^3 - 7x^2 + 7x$.

113. $5x^3 + 3x^2 - 5x - 3 = 0$.

114. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$.

115. $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$.

116. $x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = 0$.

117. $x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0$.

118. Докажите, что уравнение $(x^2 + 8x + 17)(x^2 - 4x + 7) = 3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $(x^2 - 6x + 10)(x^2 - 10x + 32) = 7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

120. $\frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2} = \frac{1}{x + 1}$.

121. $\frac{4}{x^2 + 6x + 9} - \frac{6}{9 - x^2} = \frac{1}{x - 3}$.

122. Найдите координаты точек пересечения параболы $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ и прямой $2x - y - 5 = 0$.

123. Найдите координаты точек пересечения параболы $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7$ и прямой $3x + 2y - 1 = 0$.

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \dfrac{2}{x^2} = 3$.

125. График функции $y = ax^2+bx+c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x$.

126. Найдите все решения уравнения $\dfrac{x^2-10}{x^2+2} + x^2 - 2 = 1$.

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9$.

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$.

130. $\left(\dfrac{(x^2-5)^2}{4} - 3\right)\left(\dfrac{(x^2-5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0$.

131. $\left(\dfrac{(x^2-1)^2}{3} - \dfrac{21}{8}\right)\left(\dfrac{(x^2-1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

Решите систему уравнений (132–133):

132. $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

133. $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}$.

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 2x\sqrt{2} + 8{,}4 = -3x$.

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:
1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

140. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$

142. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$

143. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 3, \\ \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$

144. $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y+2} - \dfrac{y+4}{x-1} = \dfrac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$

145. $\begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

146. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

147. $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$

148. $\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$

149. Среднее геометрическое двух чисел на 12 больше меньшего из этих чисел, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150—158):

150. $\begin{cases} 2x - \dfrac{12x+y}{8} = 3, \\ \dfrac{x-y}{2} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{y}{3}. \end{cases}$

151. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{5} + 2x = 11, \\ \dfrac{3y}{5} + \dfrac{y-x}{15} = \dfrac{x}{5}. \end{cases}$

152. $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3} + \dfrac{11}{3} = 2x, \\ 2 + \dfrac{y-x}{4} = \dfrac{y}{7}. \end{cases}$

153. $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{4} - \dfrac{15}{2} = -\dfrac{x}{2}, \\ \dfrac{5y}{2} + 3 = -\dfrac{x+y}{5}. \end{cases}$

154. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 7, \\ x + 5xy + y = 1. \end{cases}$

155. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 6, \\ x + 10xy + y = 2. \end{cases}$

156. $\begin{cases} 2(x-3) - 4(y+7) = 1, \\ 3(2-x) + 7(y-1) = 3. \end{cases}$

157. $\begin{cases} \dfrac{5x}{6} + \dfrac{2y-x}{3} = 1, \\ \dfrac{x}{6} - \dfrac{y-2x}{3} = -2\dfrac{2}{3}. \end{cases}$

158. $\begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами (x^2, y^2). Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y^2 = 7, \\ xy^2 = 12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами $(|x|, |y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

162. $\begin{cases} \dfrac{9}{x+y} + \dfrac{2}{x-y} = 3, \\ \dfrac{18}{x+y} - \dfrac{5}{x-y} = -3. \end{cases}$

163. $\begin{cases} \dfrac{6}{x+y} + \dfrac{5}{x-y} = 7, \\ \dfrac{3}{x+y} - \dfrac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$

164. $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + \dfrac{12}{x+y} = 3, \\ \dfrac{8}{x-y} - \dfrac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$

165. $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y} - \dfrac{8}{x+y} = -2, \\ \dfrac{9}{x-y} + \dfrac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$

166. $\begin{cases} (2x+y)^2 = 2x + 2 + y, \\ x - y = 7. \end{cases}$

167. $\begin{cases} (3x-y)^2 = 12 - 3x + y, \\ x + y = 5. \end{cases}$

168. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 1 = \dfrac{6y}{x}, \\ x + y = 3. \end{cases}$

169. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 3 = \dfrac{4y}{x}, \\ y - x = 5. \end{cases}$

170. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 1, \\ x - 11xy - y = -1. \end{cases}$

171. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 2, \\ x + 10xy - y = 1. \end{cases}$

172. $\begin{cases} 3x^2 + 2xy = 9, \\ |2x + y| = 5. \end{cases}$

173. $\begin{cases} 2xy + y^2 = 15, \\ |x - y| = 6. \end{cases}$

174. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{6y}{x} = 5, \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 18. \end{cases}$

175. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$

176. $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x+y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$

177. $\begin{cases} (x^2-4y^2)(x-2y)=640, \\ x+2y=10. \end{cases}$

178. $\begin{cases} (x^2-y^2)(x-y)=81, \\ x+y=9. \end{cases}$

179. $\begin{cases} (y^2-x^2)(y-x)=75, \\ x-y=-5. \end{cases}$

180. $\begin{cases} (x-2)(y+1)=0, \\ 6y^2+x-y=3. \end{cases}$

181. $\begin{cases} x(x+y)=15, \\ y(x+y)=10. \end{cases}$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

182. $x-2\leqslant\dfrac{-6{,}25}{x+3}$.

183. $x-2\leqslant\dfrac{-2{,}25}{x+1}$.

184. $\dfrac{\sqrt{x^2+x-20}}{4x+1}\geqslant\dfrac{\sqrt{x^2+x-20}}{2x+3}$.

185. $\dfrac{2x-1}{\sqrt{-x^2-0{,}5x+0{,}5}}\geqslant\dfrac{5x+1}{\sqrt{-x^2-0{,}5x+0{,}5}}$.

186. $x^2+\dfrac{1}{x^2}>7$.

187. $x^2+\dfrac{4}{x^2}<5$.

188. $x^4-4x^3+4x^2-1\leqslant 0$.

189. $x^4-6x^3+9x^2-4\leqslant 0$.

Решите систему неравенств (190–193):

190. $\begin{cases} \dfrac{6-x}{x+3}\geqslant 0, \\ \dfrac{1}{x}\leqslant-\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

191. $\begin{cases} x^2-4x-5<0, \\ \dfrac{1}{x}\geqslant\dfrac{1}{4}. \end{cases}$

192. $\begin{cases} 2-\dfrac{3+2x}{3}>1-\dfrac{x+6}{2}, \\ 3-\dfrac{x}{4}<x. \end{cases}$

193. $\begin{cases} 1-\dfrac{1-x}{2}<4-\dfrac{5+5x}{3}, \\ 2-\dfrac{x+8}{4}>0. \end{cases}$

Найдите область определения выражения (194–201):

194. $\dfrac{\sqrt{14x^2-3x-5}}{x^3-x}$.

195. $\dfrac{\sqrt{3x^2-20x-7}}{2x^2+5x}+\dfrac{2x+1}{3x-21}$.

196. $\dfrac{\sqrt{x^2-4x-21}}{x^2-25}$.

197. $\dfrac{100-x^2}{\sqrt{x^2-3x+2}}$.

198. $\dfrac{\sqrt[6]{x^2+2x+1}}{14-3x}$.

199. $\dfrac{\sqrt[4]{x+12-x^2}}{4-x^2}$.

200. $\dfrac{\sqrt{x-5}\cdot\sqrt{x^2-36}}{x^2-49}$.

201. $\dfrac{\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{7-x^2}}{5+x^3}$.

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2+9x-35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16-2x-3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение: $\sqrt{\dfrac{20x-11x^2-3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s, при которых выражение $\sqrt{\dfrac{123}{11s-6-3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{x^2-9}{(x+3)\sqrt{2x^2-11x+12}}$.

207. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{\sqrt{4x^2-11x-3}}{1-\dfrac{6}{x+1}}$.

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств:
$$\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств:
$$\begin{cases} y < 1, \\ x - y < 5, \\ 3x + y > 3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6-x}{2} - 4 < \dfrac{2+3x}{5} - 1, \\ x - \dfrac{6-x}{2} < \dfrac{x}{3}. \end{cases}$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6x+1}{3} - \dfrac{5x-1}{2} \leqslant \dfrac{10-x}{5}, \\ 3 - \dfrac{2x}{3} \geqslant 1 - \dfrac{x}{6}. \end{cases}$

Решите систему неравенств (212–221):

212. $\begin{cases} (x^2-3x+2)^4 \leqslant 0, \\ (x^2+4x+1)^2 \geqslant 100. \end{cases}$

213. $\begin{cases} (x^2-13x+42)^2 \leqslant 0, \\ (x^2-6x+2)^2 \leqslant 64. \end{cases}$

214. $\begin{cases} (x^2-16x+63)^2 \leqslant 0, \\ (8x-x^2-9)^2 \leqslant 81. \end{cases}$

215. $\begin{cases} (x^2-4x+3)^2 \leqslant 0, \\ (-x^2-x-3)^2 \geqslant 49. \end{cases}$

216. $\begin{cases} \left(\dfrac{2}{x^2-2x-1} + 2x^2 - 4x - 7\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 2x - 3 \geqslant 0. \end{cases}$

217. $\begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \dfrac{2}{x^2-5x+6}\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leqslant 0. \end{cases}$

218. $\begin{cases} \left(x^2+5x\right)^2-12x^2-60x+36\leqslant 0, \\ \left(x^2-2x-15\right)^2\leqslant 900. \end{cases}$

219. $\begin{cases} \left(x^2+3x-5\right)^2-10x^2-30x+75\geqslant 0, \\ \left(x^2-x-4\right)^2\leqslant 625. \end{cases}$

220. $\begin{cases} (x-2)^2(x^2+2x-1)^2\leqslant 0, \\ |x|-1<1. \end{cases}$

221. $\begin{cases} (4x^2-4x+1)(x^2+2x-4)^2\leqslant 0, \\ |2x+3|<4. \end{cases}$

Решите неравенство (222–225):

222. $x^4-4x^3+4x^2-4\geqslant 0.$

223. $x^4-12x^3+36x^2-81\geqslant 0.$

224. $(2x^2-x)^2<1.$

225. $\left(|x+1|-|x|\right)^2\cdot\left(|x+1|+|x|\right)<\dfrac{1}{\left(|x+1|+|x|\right)}.$

Решите систему неравенств (226–231):

226. $\begin{cases} \sqrt{x^2+4x+3}\geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2-5x+5\right)^2}\leqslant 1. \end{cases}$

227. $\begin{cases} \sqrt{5x+6-x^2}\geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2-8x+11\right)^2}\leqslant 4. \end{cases}$

228. $\begin{cases} \sqrt{-x^2+3{,}5x+4{,}5}\geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2-7x+11\right)^2}\geqslant 1. \end{cases}$

229. $\begin{cases} \sqrt{-x^2-4{,}5x+5{,}5}\geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2+6x+6{,}5\right)^2}\geqslant 1{,}5. \end{cases}$

230. $\begin{cases} (x^2-4x-3)^2+\dfrac{16}{(x^2-4x-3)^2}\leqslant 8, \\ x^2-4x-5\geqslant 0. \end{cases}$

231. $\begin{cases} (x^2-3x+5)^2+\dfrac{81}{(x^2-3x+5)^2}\leqslant 18, \\ x^2+x-2\leqslant 0. \end{cases}$

Решите неравенство (232–237):

232. $\sqrt{x^2-4}\cdot(x^2+2x-15)\geqslant 0.$

233. $\sqrt{9-x^2}\cdot(x^2+x-2)\leqslant 0.$

234. $\dfrac{x^2}{16} \leqslant \dfrac{3-2x}{3}$.

235. $\dfrac{x^2}{8} \leqslant \dfrac{2-x}{3}$.

236. $\dfrac{x^2}{3} \leqslant \dfrac{5x-3}{4}$.

237. $\dfrac{x^2}{3} \geqslant \dfrac{x+14}{12}$.

238. Найдите наибольшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{58-5x}{3}$ и $\dfrac{2x+12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{23-2x}{5}$ и $\dfrac{3x-11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

240. $\dfrac{\sqrt{-15+13x-2x^2}}{x^2-4}$.

241. $\dfrac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x^2-16}$.

242. $\dfrac{\sqrt{12-x-x^2}}{9-x^2}$.

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ...

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии −41,4; −40,2; ...

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ...

246. Турист, поднимаясь в гору, достиг в первый час высоты 580 м, а каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

247. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

248. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

249. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.

250. Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?

251. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. В каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

252. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

253. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

254. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.

255. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.

256. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; ...

257. Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d.

258. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27, и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.

259. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12, и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.

260. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

261. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а от второго и третьего отнять соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

262. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

263. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

264. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.

265. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.

266. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$; $a_6 = 13$; $a_8 = 17$?

267. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7, a_{12} = -17$?

268. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5, a_{11} = 12$?

269. Три числа образуют арифметическую прогрессию, а их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.

270. Три числа образуют арифметическую прогрессию, а их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.

271. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

11 Зак № 258

272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если ее третий член равен 7, а пятый равен 13?

274. Составляют ли второй, четвертый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если ее третий член равен 8, а восьмой равен 33?

275. Сумма второго, четвертого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5?

277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти ее членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.

278. Сумма первых четырех членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трех ее членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.

279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.

280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трех членов этой прогрессии к ее третьему члену.

281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.

282. Ученик 9-го класса Петя решил делать по утрам зарядку с начала месяца. Каждый день он делал отжиманий на 2 больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?

283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год продукции на 15 единиц больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8 года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?

284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечетными номерами, меньшими 50.

285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с четными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем в предыдущую. Через сколько минут она проползет 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d. Найдите d.

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = \dfrac{n-18}{0{,}25}$. Найдите сумму первых тридцати ее членов с четными номерами: $a_2 + a_4 + \ldots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16\cdot(-0{,}5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие четные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна -72. Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму 10 первых членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый — больше третьего на 36.

296. Найдите, чему равен седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый — больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b.

12 Зак №258

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее — утроить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее — удвоить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменения, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность x, $x+2$, $5x-2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x$, $x+1$, $x-5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a+b$, $b+c$, $c+a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c+a$, $a+b$, $b+c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q.

311. Первый, второй и четвертый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите ее знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите ее знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе число увеличить на 1, а третье — уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$; $b_5 = 12$; $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 + b_4 = \dfrac{20}{3}$ и $b_1 + b_3 = 20$.

322. Найдите сумму первых трех членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18, b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырех членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32, b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\dfrac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1;... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1;... ?

326. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{12}$. Найдите b_2.

327. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

328. $y = -\dfrac{9x + x^3}{3x}$.

329. $y = \dfrac{8x - x^3}{4x}$.

330. $y = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}$.

331. $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -(x-1)^2 + 1, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

332. $y = \begin{cases} -(x-1)^2, \text{ если } x \geqslant 0, \\ x^2 + 2x - 1, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

333. $y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -2x^2 + 4, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

334. $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$.

335. $y = \dfrac{x-4}{x^2-4x}$.

336. $y = x + \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{9-12x+4x^2}$.

337. $y = \sqrt{16x^2+56x+49} + \sqrt{x^2-4x+4} - 5x$.

338. $y = \dfrac{(x^2-5x+6)(x^2-5x+4)}{(x-4)(2-x)}$.

339. $y = \dfrac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)}{(3-x)(x-2)}$.

340. На рисунке 131 изображен график функции вида $y = |ax+b| + c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

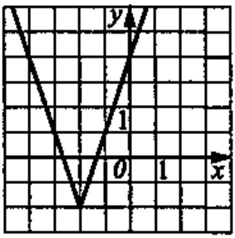

Рис. 131.

341. На рисунке 132 изображен график функции вида $y = \left|ax^2+bx+c\right|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

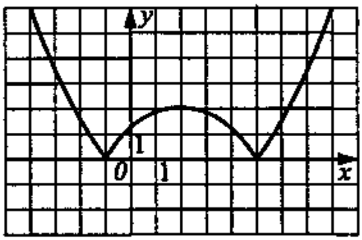

Рис. 132.

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

344. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.

345. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.

346. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.

347. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.

348. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.

349. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.

350. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.

351. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1, касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.

352. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.

353. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.

354. Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболе.

355. Найдите координаты точек пересечения графика функции
$y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.

356. Найдите координаты точек пересечения графика функции
$y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.

357. Найдите точки, симметричные относительно оси Ox, одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболе $y = 16x^2 + 12x - 2$.

358. Найдите точки, симметричные относительно оси Oy, одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая на параболе $y = 18x^2 - 33x$.

359. На рисунке 133 изображен график функции
$y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A, B и C.

360. Постройте график функции $y = \big|\,|x + 1| - 2\,\big|$.

361. Парабола с вершиной в точке $(0; 4)$ проходит через точку $(3; -14)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

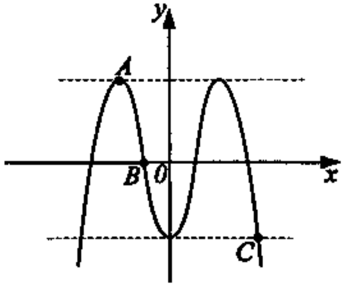

Рис. 133.

362. Парабола с вершиной в точке $(0; -12)$ проходит через точку $(-1; -9)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

363. Парабола с вершиной в точке $(4; -28)$ проходит через точку $(0; 4)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

364. Парабола с вершиной в точке $(6; 33)$ проходит через точку $(0; -3)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

365. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -6$ и $x_2 = 2$, а ось y в точке с ординатой $y_3 = 24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси x и касающейся данной параболы.

366. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 6$, а ось y в точке с ординатой $y_3 = -9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси x и касающейся данной параболы.

367. Известно, что прямая $y = 2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$. Напишите уравнение прямой, касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1$, $y = 1$.

368. Известно, что прямая $y = -2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = -1, y = 1$. Напишите уравнение прямой, касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1$, $y = -1$.

369. Окружность с центром в точке $O(4; 3)$ проходит через точку $A(8; 6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

370. Окружность с центром в точке $O(2; 2)$ проходит через точку $A(3; 4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \dfrac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось x в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось y?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось y?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 9$?

376. Постройте график функции $y = \dfrac{3x-2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

377. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{2-x}{4}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{3+x}{6}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

379. Постройте график функции $y = 3-2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5-2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

381. Постройте график функции $y = \dfrac{5-x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 0{,}25$?

382. Постройте график функции $y = \dfrac{3x-2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?

383. Постройте график функции $y = \dfrac{x+2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 3$?

384. Постройте график функции $y = \dfrac{x+5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1{,}5$?

385. Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leqslant y \leqslant 4$?

386. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leqslant y \leqslant -5$?

387. Постройте график функции $y = \dfrac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leqslant 3\frac{2}{3}$?

388. Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geqslant 3{,}3$?

389. Постройте график функции $y = 7x-5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40.

390. Постройте график функции $y = 6x-7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49.

391. Постройте график функции $y = \frac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

392. Постройте график функции $y = \frac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 4$?

393. Постройте график функции $y = 3{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

394. Постройте график функции $y = 2{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 2{,}5$?

395. Постройте график функции $y = -\frac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leqslant x \leqslant 4$?

396. Постройте график функции $y = \frac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leqslant x \leqslant 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397–401):

397. $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^3}}{x^4 - 3x^2 + 1}$.

398. $y = \dfrac{\sqrt{x^3 - 7x}}{x^4 - 5x^2 + 4}$.

399. $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x - x^2 - 10} + \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - 20x + 25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402–403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404—405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 9}{6 - 2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \dfrac{9 - x^2}{2x - 6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \dfrac{4x - 2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \dfrac{4}{9}x^2 - \dfrac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0{,}5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $\dfrac{1}{5}$ и $\dfrac{1}{6}$ всего забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе, за это же время, съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\dfrac{2}{3}$ оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причем скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом 1 ч. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется еще столько же времени, чтобы второй догнал первый катер. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а её себестоимость для пекарни, которая до этого составляла 3/4 отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил ежесуточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвертая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвертая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвертая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвертая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвертая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч. 20 мин; если 1-й, 2-ой и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решают их за 7 минут. Второй студент и два школьника решают их за 10 минут. Два студента решают эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Второй, третий и четвертый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвертый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города A в город B, расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути водитель уменьшил скорость на 20 км/ч спустя 1 час после выезда из города B. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал от пункта A до пункта B со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью, вдвое меньшей первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта A, не меняя более скорости. Найдите расстояние от пункта A до пункта B, если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше?

432. Два автомобиля выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 50 часов, а второй — в пункт A через 8 часов. Сколько времени прошло от начала движения автомобилей до их встречи, если автомобили двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человека, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30 %. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20 %. Сколько серебра в сплаве?

442. Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд был задержан в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

443. Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдет из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остается до начала матча?

444. Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорость велосипедиста и пешехода.

445. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50% раствора.

446. Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.

447. Катер должен проплыть 87,5 км за определенное время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут, и, чтобы прийти вовремя в место назначения, он увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера.

448. Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй в A через 12 минут. За какое время прошел путь AB каждый пешеход?

449. В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

450. В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на четных местах среди первых 12-ти, к сумме членов, стоящих на нечетных местах среди первых 12-ти, равно 32:27. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B. Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B. Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришел в пункт В на 4 часа позже, чем второй пришел в пункт A?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привел его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда с которой он прибыл на станцию B.

455. Двум швеям был поручен заказ; после того как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно еще 6 дней, они установили, что им осталось выполнить еще $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнит весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила ее за 3 часа. За какое время каждая машинистка сможет перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M, расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раз больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт В оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт В прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставшуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A в направлении станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привел его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 мин, но в пункт B прибыл на 25 мин раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 мин, но в пункт B прибыл на 26 мин раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 мин, и его скорость в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B. Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A. Найдите расстояние между городами A и B.

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 мин быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, что второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели в следующей пропорции: Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута, а за третий и четвертый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части пути всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставщегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяженность всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течет со скоростью 5 литров в минуту, а из другого — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того, чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объем первого ведра больше объема второго ведра?

472. Лодка плывет в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошел домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

479. Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?

480. Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?

481. Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.

482. Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.

483. Пароход плывет от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывут плоты от A до B, если известно, что собственная скорость теплохода постоянна в течение всего пути.

484. Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?

485. Первый насос должен наполнить водой бассейн объемом 360 м^3, а второй — объемом 480 м^3. Первый насос перекачивал ежечасно на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объем воды перекачивает каждый насос за час?

486. Первый насос перекачивает 90 м^3 воды на 1 час быстрее, чем второй 100 м^3. Сколько воды ежечасно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 м^3 воды больше, чем второй?

487. При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пристань C находится между пристанями A и B. Маршрут пассажирского парохода такой: пароход отходит от пристани A и следует без остановки до пристани B по течению реки. Затем из B он идет в C. Обратный маршрут — в обратной последовательности: C — B — A. На путь из A в B и из B в C пароход затрачивает по 2 часа. На обратную дорогу пароход затрачивает 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B, одновременно с автомобилем, выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус, через 9 часов после встречи, приехал в пункт A, а автомобиль, через 4 часа после встречи, в пункт B. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B, одновременно с автомобилем, выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус, через 16 часов после встречи, приехал в пункт A, а автомобиль, через 4 часа после встречи, в пункт B. Сколько времени провел в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за три дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за шесть дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроем?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы вы-

полнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроем?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два раствора одной и той же соли в воде. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго раствора испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов А и В навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из А выйдет на 2 ч раньше, чем поезд из В. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 ч расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами А и В. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-го раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-го раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоем они вырыли яму объемом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы ее в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоем они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевез бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они перевезли бы все зерно, если бы, работая по очереди, первый перевез 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/час скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-го раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, затем вернулась назад, затратив на весь путь 35 мин. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 мин быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 мин быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта A в пункт B, а второй — навстречу ему из пункта B в пункт A в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришел в пункт B на 5 часов раньше, чем второй пришел в пункт A? Считается, что каждый шел без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта A в пункт B, а в 9 ч из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт A на 11 часов раньше, чем велосипедист — в пункт B? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше времени, чем совместно работающим второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько совместно работающим второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская производит два вида шоколада с содержанием какао 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45%

какао?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней можно было бы вспахать все поле каждым трактором отдельно, если первым трактором это можно сделать на два дня быстрее, чем вторым?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъемности. Второй грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевести весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовиками перевезено 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

525. Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями: $\begin{cases} -3x - 4, \text{ если } x < -2, \\ 2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 4, \text{ если } x > 2. \end{cases}$

526. Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями:
$$y = \begin{cases} x + 1, \text{ если } x < -2, \\ -1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -x + 1, \text{ если } x > 2. \end{cases}$$

527. При каких значениях p прямая $y = 0{,}3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1{,}5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14 ?

531. При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения $2x^2 - \frac{1}{2}x + (k-3)(k+5) = 0$?

532. При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k-1)(k+7) = 0$?

533. Найдите множество значений параметра l, при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l-2)(l+2) = 3$.

534. Найдите все k, при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общих точки с параболой $y = kx^2 - (k-3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k-1)x^2 - 2kx + k + \dfrac{9}{4}$.

535. Докажите, что уравнение $3\cdot(4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

536. Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - x^2$ не имеет корней.

537. Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x-a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.

538. Найдите значения параметров k и b, при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.

539. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2 - (a+4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2.

540. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $ax^2 - (2a+3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.

542. Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 15.

543. Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 14.

544. Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трех других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n-ой степени из произведения этих чисел).

545. Найдите все значения a, при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a-1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1{,}5; +\infty)$.

546. Найдите все значения m, при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.

547. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.

548. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.

549. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ одну-единственную общую точку.
550. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ одну-единственную общую точку.
551. При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty]$ равно 7?
552. При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?
553. При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?
554. При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?
555. При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?
556. При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = c$ имеет хотя бы один корень?
557. При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x+3} + \sqrt{11-4x} = c$ имеет хотя бы один корень?
558. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.
559. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвертой координатной четверти.
560. Найдите число b, при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.
561. Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.
562. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.
563. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.
564. Найдите все значения параметра a, при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a+1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.
565. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.
566. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.
567. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

568. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0$, $y < 0$?

569. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0$, $y > 0$?

570. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

571. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.

572. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.

573. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

574. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k, l.

575. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b, c.

576. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b, c.

577. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b, c.

578. Найдите все значения параметра b, для которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b, для которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x}, \text{если } x < -2, \\ \dfrac{x}{2} - 1, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ x^2 - 6x + 8, \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общих точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, \text{ если } x < -1, \\ |x| + 1, \text{ если } -1 \leqslant x \leqslant 3, \\ \dfrac{12}{x}, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общих точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x}, \text{ если } x \leqslant -3, \\ x + 1, \text{ если } -3 < x \leqslant 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}, \text{ если } x \leqslant -1, \\ -x, \text{ если } -1 < x \leqslant 1, \\ -x^2 + 4x - 4, \text{ если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общих точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \dfrac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

588. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?

589. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?

590. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?

591. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?

592. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и парабола $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?

593. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и парабола $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?

594. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$ имеет ровно одно целое решение.

595. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$ имеет ровно два целых решения.

596. При каких отрицательных значениях c парабола $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?

597. При каких значениях p парабола $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?

598. При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?

599. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и парабола $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?

600. Определите наибольшее целое значение a, при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.

601. При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?

602. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?

603. При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?

604. При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?

605. При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?

606. При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?

607. При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?

608. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x+4, \text{ при } x < -4, \\ -4, \text{ при } -4 \leqslant x \leqslant 4, \\ 2x-12, \text{ при } x > 4. \end{cases}$$

609. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a+2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?

610. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a-2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?

611. Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2 - (6a+2)x + 9a + 3 \leqslant 0$ не имеет решений.

612. Найдите все значения a, при которых неравенство $-x^2 + (3-4a)x + 3a - 1{,}75 \geqslant 0$ не имеет решений.

613. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a-3)x + a > 0$ выполняется при любых x.

614. Найдите все отрицательные значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a-6)x + a \geqslant 0$ не имеет решений.

615. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||4x-5|-1|$.

616. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||3x-2|-4|$.

617. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках,

$$y = \begin{cases} 2x+3, & \text{если } x < -2, \\ x^2-5, & \text{если } -2 \leqslant x < 2, \\ -0{,}5x, & \text{если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями:

$$y = \begin{cases} 3x+5, & \text{если } x < -2, \\ -x+2, & \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x-2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями:

$$y = \begin{cases} 3x+3, & \text{если } x < 0, \\ x-2, & \text{если } 0 \leqslant x < 1, \\ -2x+1, & \text{если } x \geqslant 1. \end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6;4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x = 2$, $x = 12$, $y = 4$, и $y = 8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

§ 3. Решения задач из сборника

60. Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на число, сопряжённое знаменателю.

$$\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}=$$
$$=\frac{\sqrt{4}-1}{4-1}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{7-4}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{10-7}+\dots+\frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{n+3-n}=$$
$$=\frac{\sqrt{4}-1}{3}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{3}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3}+\dots+\frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{3}=$$
$$=\frac{-1+\sqrt{n+3}}{3}=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot(\sqrt{4}-\sqrt{4}+\sqrt{7}-\sqrt{7}+\sqrt{10}-\sqrt{10}+\dots+$$
$$+\sqrt{n}-\sqrt{n}+\sqrt{n+3})=\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$.

61. Известно, что
$$\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x, & \text{если } x\ge 0,\\ -x, & \text{если } x<0.\end{cases}$$
Тогда данное выражение примет вид:
$$\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}=|\sqrt{10}-3|+|\sqrt{10}-4|=$$
$$=(\sqrt{10}-3)-(\sqrt{10}-4)=\sqrt{10}-3-\sqrt{10}+4=1.$$
Ответ: 1.

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}}+\sqrt{21+12\sqrt{3}}=$
$$=\sqrt{12-12\sqrt{3}+9}+\sqrt{12+12\sqrt{3}+9}=$$
$$=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{3}+3\right)^2}=$$
$$=\left|2\sqrt{3}-3\right|+2\sqrt{3}+3=2\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}+3=4\sqrt{3}.$$
Ответ: $4\sqrt{3}$.

64. $\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}=$

$$= \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} + \dots + \frac{5-\sqrt{22}}{3} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (1 + \sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - 2 + \sqrt{8} - \sqrt{5} + \dots +$$

$$+ \sqrt{22} - \sqrt{19} + \sqrt{23} - \sqrt{20} + \sqrt{24} - \sqrt{21} + 5 - \sqrt{22}) =$$

$$\frac{1}{3} \cdot (-1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{23} + \sqrt{24} + 5) = \frac{1}{3} \cdot (4 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{23} + \sqrt{24}).$$

С избытком:

$$\frac{1}{3}\cdot(4-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}) \approx \frac{1}{3}\cdot(4-1{,}4-1{,}7+4{,}8+4{,}9) = \frac{1}{3}\cdot 10{,}6 \approx 3{,}53$$

С недостатком:

$$\frac{1}{3}\cdot(4-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}) \approx \frac{1}{3}\cdot(4-1{,}5-1{,}8+4{,}7+4{,}8 = \frac{1}{3}\cdot 10{,}2 = 3{,}4.$$

Искомое число обозначим A. $3{,}4 < A < 3{,}5$, то есть оно лежит между 3 и 4.

Ответ: 3, 4.

65. $$\frac{1}{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}+1)} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot(\sqrt{15}+\sqrt{13})} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-1)} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot(\sqrt{15}-\sqrt{13})} =$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}+1)} + \frac{1}{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-1)}\right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})}\right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{7}\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{5})} + \frac{1}{\sqrt{7}\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{5})}\right) + \dots +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{15}\cdot(\sqrt{15}+\sqrt{13})} + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot(\sqrt{15}-\sqrt{13})}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} + \dots +$$

$$+ \frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}+\sqrt{15}+\sqrt{13}}{2\sqrt{15}} = 1 + 1 + \dots + 1 = 7.$$

Ответ: 7.

96. $mn^2 - n^2 + mn - n = n^2(m-1) + n(m-1) = (n^2+n)(m-1) =$
$= n(n+1)(m-1)$.

Ответ: $n(n+1)(m-1)$.

97. $\dfrac{3x^2+7x-6}{x^2-9} = \dfrac{3\left(x-\frac{2}{3}\right)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \dfrac{3x-2}{x-3}$.

Ответ: $\dfrac{3x-2}{x-3}$.

98. $\dfrac{1}{xy}\left(x^3y-2xy^3-x^2y^2\right) = \dfrac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2-xy-2y^2\right) = x^2-xy-2y^2 =$
$= x^2-2xy+xy-2y^2 = x(x-2y)+y(x-2y) = (x+y)(x-2y)$.

Ответ: $(x+y)(x-2y)$.

99. $\dfrac{1}{xy}\left(x^3y-3xy^3+2x^2y^2\right) = \dfrac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2-3y^2+2xy\right) = x^2+2xy-3y^2 =$
$= x^2+3xy-xy-3y^2 = x(x+3y)-y(x+3y) = (x-y)(x+3y)$.

Ответ: $(x-y)(x+3y)$.

101. При любых значениях x и y $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2 \geqslant 0$. Значит, наименьшее значение выражения $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ равно -5. Оно достигается только в том случае, когда $7x-3y+11$ и $2x+6y-14$ равны нулю одновременно.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x-3y+11=0, \\ 2x+6y-14=0; \end{cases} \Leftrightarrow x=-0{,}5,\ y=2{,}5.$$

Таким образом, наименьшее значение выражения равно -5, оно достигается при $x=-0{,}5$ и $y=2{,}5$.

Ответ: -5; $x=-0{,}5$, $y=2{,}5$.

103. В силу того, что каждое слагаемое суммы — неотрицательное число, то сумма равна нулю только в том случае, когда $3x-5y-1$ и $x+4y-6$ равны нулю одновременно.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x-5y-1=0, \\ x+4y-6=0; \end{cases} \Leftrightarrow x=2,\ y=1.$$

Пара чисел $(2;1)$ — единственная, удовлетворяющая равенству $\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

Ответ: $(2;1)$.

105. $\dfrac{2}{x^2-x-12}+\dfrac{6}{x^2+4x+3}=\dfrac{1}{x+3}$,

$$\frac{2}{(x+3)(x-4)}+\frac{6}{(x+1)(x+3)}=\frac{1}{x+3}.$$

1) О.Д.З $x\neq 3$, $x\neq 4$, $x\neq -1$.

2) $2x+2+6x-24=x^2-3x-4$, $x^2-11x+18=0$, $x_1=9$, $x_2=2$.
Оба корня принадлежат О.Д.З.

Ответ: 9, 2.

109. $2x^4-5x^3+2x^2-5x=0$, $x(2x^3-5x^2+2x-5)=0$, $x_1=0$, $2x^3-5x^2+2x-5=0$, $x^2(2x-5)+(2x-5)=0$, $(x^2+1)(2x-5)=0$, $x^2+1>0$ при всех $x\in R$; $2x-5=0$, $x_2=2{,}5$.

Ответ: 0, 2,5.

117. $x^6-14x^4+56x^2-64=0$. Замена $x^2=t$, $t\geqslant 0$.
$t^3-14t^2+56t-64=0$,
$t^3-64-14t\cdot(t-4)=0$, $(t-4)\cdot(t^2+4t+16)-14t\cdot(t-4)=0$,
$(t-4)\cdot(t^2+4t+16-14t)=0$, $(t-4)\cdot(t^2-10t+16)=0$,
$(t-4)\cdot(t-8)\cdot(t-2)=0$, $t_1=4$, $t_2=8$, $t_3=2$.
Вернёмся к замене:
$x^2=4$, $x_{1,2}=\pm2$; $x^2=8$, $x_{3,4}=\pm2\sqrt{2}$; $x^2=2$, $x_{5,6}=\pm\sqrt{2}$.

Ответ: $\pm\sqrt{2}$; ±2; $\pm2\sqrt{2}$.

132. Второе уравнение системы равносильно следующему:
$(x-y)(x+y)=0$. Исходная система уравнений равносильна двум системам уравнений:

1) $\begin{cases} x^2+x-2y+2=0, \\ x=y; \end{cases}$ $\Rightarrow x^2+x-2x+2=0 \Rightarrow x^2-x+2=0$, $D<0$
$\Rightarrow$ действительных корней нет $\Rightarrow$ система не имеет решений.

2) $\begin{cases} x^2+x-2y+2=0, \\ y=-x; \end{cases}$ $\Rightarrow x^2+3x+2=0$; $x_1=-1$, $x_2=-2$.

Из второго уравнения системы получим $y_1=1$, $y_2=2$.
$(-1;1)$ и $(-2;2)$ — решения исходной системы.

Ответ: $(-1;1)$, $(-2;2)$.

133. Второе уравнение системы равносильно следующему:
$(2x-y)(2x+y)=0$. Исходная система уравнений равносильна двум системам уравнений:

1) $\begin{cases} x^2-4x+y+8=0, \\ 2x-y=0; \end{cases}$ $x^2-4x+2x+8=0$; $x^2-2x+8=0$. $D<0$,
действительных корней нет $\Rightarrow$ система не имеет решений.

2) $\begin{cases} x^2-4x+y+8=0; \\ 2x+y=0; \end{cases}$ $x^2-4x-2x+8=0$; $x^2-6x+8=0$; $x_1=2$, $x_2=4$. Из второго уравнения системы получим: $y_1=-4$, $y_2=-8$. Таким образом, $(2;-4)$ и $(4;-8)$ — решения исходной системы.

Ответ: $(2;-4)$, $(4;-8)$.

135. Представим данное уравнение в виде: $x^2+2(1-2\sqrt{3})x+7=0$.
Определим знак дискриминанта:

$\frac{D}{4} = (1 - 2\sqrt{3})^2 - 7 = 1 - 4\sqrt{3} + 12 - 7 = 6 - 4\sqrt{3}$. Так как $6 - 4\sqrt{3} =$ $= \sqrt{36} - \sqrt{48} < 0$, то $D < 0$. Уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ не имеет действительных корней.

Ответ: не имеет.

137. Представим данное уравнение в виде: $(2 - \sqrt{3})x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$.

Определим знак дискриминанта:
$D = 3 - 4\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = 3 - 8\sqrt{3} + 12 = 15 - 8\sqrt{3}$. Так как $15 - 8\sqrt{3} =$ $= \sqrt{225} - \sqrt{192} > 0$, то $D > 0$.
Уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$ имеет два различных действительных корня.

Ответ: 2.

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

Решим систему способом подстановки:
$y = 1 - 2x, x^2 - (1 - 2x)^2 = -5, x^2 - 1 + 4x - 4x^2 + 5 = 0, -3x^2 + 4x + 4 = 0.$
$D = 4 + 12 = 16, D > 0.$

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{-3} = -\frac{2}{3}, y_1 = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}; x_2 = \frac{-2 - 4}{-3} = 2, y_2 = 1 - 4 = -3.$$

Ответ: $(2; -3)$, $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, & (1) \\ xy = 1, & (2) \end{cases}$

Прибавим к первому уравнению системы второе, умноженное на 2:

$$x^2 + 2xy + y^2 = 4, (x + y)^2 = 4, \left[\begin{array}{l} x + y = 2, \\ x + y = -2. \end{array}\right.$$

Решение исходной системы свелось к решению двух систем уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -2, \\ xy = 1. \end{cases}$$

Решая каждую из этих систем, используя теорему, обратную теореме Виета, получим: $x_1 = 1, y_1 = 1, x_2 = -1, y_2 = -1$.

Ответ: $(1; 1)$, $(-1; -1)$.

144. Выразим из второго уравнения системы $y = x - 2$ и подставим в первое, получим уравнение

$$\frac{x + 3}{x} - \frac{x + 2}{x - 1} = \frac{25}{2}.$$

Его. ОДЗ: $x \neq 0$ и $x - 1 \neq 0$, то есть $x \neq 0, x \neq 1$. Умножим полученное уравнение на $2x(x - 1)$, будем иметь:

$2(x+3)(x-1)-2x(x+2)=25x(x-1)$,

$2x^2+4x-6-2x^2-4x=25x^2-25x$, $25x^2-25x+6=0$,

$x_{1,2}=\dfrac{25\pm\sqrt{625-600}}{50}=\dfrac{25\pm5}{50}$, $x_1=\dfrac{2}{5}=0{,}4$, $x_2=\dfrac{3}{5}=0{,}6$.

Найденные корни удовлетворяют ОДЗ. Используя представление y через x, находим $y_1=x_1-2=-1{,}6$ и $y_2=x_2-2=-1{,}4$. Таким образом, решением исходной системы будут две пары чисел: $(0{,}4;-1{,}6)$ и $(0{,}6;-1{,}4)$.

Ответ: $(0{,}4;-1{,}6)$, $(0{,}6;-1{,}4)$.

148. $\begin{cases} x^2-6x+y=2, \\ y-\sqrt{x-3}=9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2+6x-x^2, \\ y=9+\sqrt{x-3}; \end{cases}$

$2+6x-x^2=9+\sqrt{x-3}$, $6x-x^2=7+\sqrt{x-3}$. (1)

Очевидно, $x-3\geqslant 0$, $x\geqslant 3$.

Подбором $x=4$.

Функция $y=7+\sqrt{x-3}$ возрастает при $x\geqslant 3$. $y=6x-x^2$ — график параболы с вершиной $(3;9)$. При $x\geqslant 3$ $y=6x-x^2$ убывает. Следовательно, на промежутке $x\geqslant 3$ уравнение (1) имеет один корень $x=4$.

Подставим $x=4$ во второе уравнение системы и найдём y: $y=10$.

Ответ: $(4;10)$.

180. Первое уравнение системы выполняется только в том случае, когда $x-2=0$ или $y+1=0$. Получаем:

1) $\begin{cases} x-2=0, \\ 6y^2+x-y=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ 6y^2-y-1=0; \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=2, \\ \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{2}, \\ y=-\dfrac{1}{3}. \end{array} \right. \end{array} \right.$

Решением этой системы являются значения $x_1=2$; $y_1=\dfrac{1}{2}$ и $x_2=2$; $y_2=-\dfrac{1}{3}$.

2) $\begin{cases} y+1=0, \\ 6y^2+x-y=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1, \\ 7+x=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1, \\ x=-4. \end{cases}$

Следовательно, решением исходной системы являются значения

$x_1=2$, $y_1=\dfrac{1}{2}$; $x_2=2$, $y_2=-\dfrac{1}{3}$; $x_3=-4$, $y_3=-1$.

Ответ: $\left(2;\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(2;-\dfrac{1}{3}\right)$, $(-4;-1)$.

181. $\begin{cases} x(x+y)=15, \\ y(x+y)=10; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+xy=15, \\ y^2+xy=10. \end{cases}$

Суммируя уравнения системы, получим: $x^2+2xy+y^2=25$, $(x+y)^2=25$. Тогда $x+y=5$ или $x+y=-5$.

1) $x+y=5$, $x=5-y$. Подставив в первое уравнение системы, получим:
$(5-y)(5-y+y)=15$, $5-y=3$, $y=2$. Тогда $x=5-2=3$.

2) $x+y=-5$, $x=-y-5$. Подставив в первое уравнение системы получим: $(-y-5)(-y-5+y)=15$, $-y-5=-3$, $y=-2$. Тогда $x=-(-2)-5=-3$.

Ответ: $(3;2)$, $(-3;-2)$.

182. $x-2+\dfrac{6{,}25}{x+3}\leqslant 0$, $\dfrac{x^2+x+0{,}25}{x+3}\leqslant 0$, $\dfrac{(x+0{,}5)^2}{x+3}\leqslant 0$,
$\left[\begin{array}{l} x+0{,}5=0, \\ x+3<0, \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=-0{,}5, \\ x<-3. \end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty;-3)\cup\{-0{,}5\}$.

188. $x^4-4x^3+4x^2-1\leqslant 0$, $(x^4-1)-4x^2(x-1)\leqslant 0$,
$(x^2+1)(x-1)(x+1)-4x^2(x-1)\leqslant 0$, $(x-1)\big((x^2+1)(x+1)-4x^2\big)\leqslant 0$,
$(x-1)(x^3+x^2+x+1-4x^2)\leqslant 0$, $(x-1)(x^3-3x^2+x+1)\leqslant 0$,
$(x-1)(x^3-x^2-x^2+x-x^2+1)\leqslant 0$,
$(x-1)\big(x^2(x-1)-x(x-1)-(x-1)(x+1)\big)\leqslant 0$,
$(x-1)(x-1)(x^2-2x-1)\leqslant 0$, $(x-1)^2(x^2-2x-1)\leqslant 0$;
$x^2-2x-1=0$, $x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+1}=1\pm\sqrt{2}$;
$(x-1)^2\big(x-(1+\sqrt{2})\big)\big(x-(1-\sqrt{2})\big)\leqslant 0$; $1-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant 1+\sqrt{2}$
(см. рис. 134).

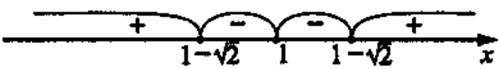

Рис. 134.

Ответ: $[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$.

189. $x^4-6x^3+9x^2-4\leqslant 0$, $x^4-6x^3+6x^2+4x^2-4-x^2\leqslant 0$,
$x^2(x^2-1)-6x^2(x-1)+4(x^2-1)\leqslant 0$,
$x^2(x-1)(x+1)-6x^2(x-1)+4(x-1)(x+1)\leqslant 0$,
$(x-1)(x^3+x^2-6x^2+4x+4)\leqslant 0$,
$(x-1)(x^3-5x^2+4x+4)\leqslant 0$, $(x-1)(x^3-2x^2-3x^2+6x-2x+4)\leqslant 0$,
$(x-1)\big(x^2(x-2)-3x(x-2)-2(x-2)\big)\leqslant 0$,

$(x-1)(x-2)\left(x^2-3x-2\right) \leqslant 0;$

$x^2-3x-2=0,\ x_{1,2}=\dfrac{3\pm\sqrt{9+8}}{2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2};$

$(x-1)(x-2)\left(x-\left(\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)\right)\left(x-\left(\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)\right)\leqslant 0,$

$\left[\dfrac{3-\sqrt{17}}{2};1\right]\cup\left[2;\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$ (см. рис. 135).

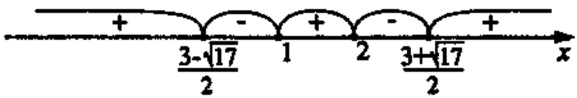

Рис. 135.

Ответ: $\left[\dfrac{3-\sqrt{17}}{2};1\right]\cup\left[2;\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right].$

194. Выражение имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям: $\begin{cases}14x^2-3x-5\geqslant 0,\\ x^3-x\neq 0.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leqslant -\frac{1}{2}; x\geqslant \frac{5}{7},\\ x\neq -1; x\neq 0; x\neq 1.\end{cases}$

Ответ: $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(-1;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{5}{7};1\right)\cup\left(1;+\infty\right).$

201. Выражение $\dfrac{\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{7-x^2}}{5+x^3}$ имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям:

$\begin{cases}2-x\geqslant 0,\\ 7-x^2\geqslant 0,\\ 5+x^3\neq 0\end{cases}\quad\begin{cases}x\leqslant 2,\\ (x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})\leqslant 0,\\ x\neq -\sqrt[3]{5}.\end{cases}$

$-\sqrt{7}\leqslant x<-\sqrt[3]{5},\ -\sqrt[3]{5}<x\leqslant 2$ (см. рис. 136).

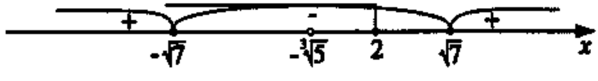

Рис. 136.

Ответ: $\left[-\sqrt{7};-\sqrt[3]{5}\right)\cup\left(-\sqrt[3]{5};2\right].$

205. Выражение имеет смысл при s, удовлетворяющих условию :
$11s-6-3s^2>0,\ 3s^2-11s+6<0.$
Найдём корни уравнения:

$3s^2 - 11s + 6 = 0$, $D = 121 - 72 = 49$, $D > 0$, $s_1 = \dfrac{11+7}{6} = 3$,

$s_2 = \dfrac{11-7}{6} = \dfrac{2}{3}$, $3 \cdot \left(s - \dfrac{2}{3}\right) \cdot (s-3) < 0$, $\dfrac{2}{3} < s < 3$ (см. рис. 137).

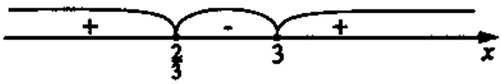

Рис. 137.

Ответ: $\left(\dfrac{2}{3}; 3\right)$.

207. Выражение $\dfrac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{1 - \dfrac{6}{x+1}}$ не определено, когда:

1) $4x^2 - 11x - 3 < 0$, так как подкоренное выражение всегда должно быть больше нуля;
2) когда $x + 1 = 0$;
3) когда $1 - \dfrac{6}{x+1} = 0$, так как делить на нуль нельзя.

Таким образом, множеством значений x, при которых не определено данное в условии выражение, является совокупность $\left[\begin{array}{l} 4x^2 - 11x - 3 < 0, \\ x + 1 = 0, \\ 1 - \dfrac{6}{x+1} = 0. \end{array}\right.$

$$4x^2 - 11x - 3 = 0,\ x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{8} =$$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{121 + 48}}{8} = \dfrac{11 \pm 13}{8}$, $x_1 = -0{,}25$, $x_2 = 3$. Таким образом, полученная совокупность записывается в виде:

$$\left[\begin{array}{l} (x + 0{,}25)(x - 3) < 0, \\ x = -1, \\ \dfrac{x-5}{x+1} = 0; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x \in (-0{,}25; 3), \\ x = -1, \\ x = 5; \end{array}\right.$$

$x \in \{-1\} \cup (-0{,}25; 3) \cup \{5\}$.

Ответ: $\{-1\} \cup (-0{,}25; 3) \cup \{5\}$.

208. Умножив 3-е неравенство системы на 2 и прибавив результат ко 2-му неравенству, получим: $3y > 10$, $y > \frac{10}{3}$. Поскольку y должно быть целым, то $y \geqslant 4$, аналогично из 1-ого неравенства системы следует условие $y \leqslant 6$. То есть достаточно рассмотреть случаи $y = 4, y = 5, y = 6$.

1) При $y = 4$ из неравенства $x + y > 5 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \geqslant 2$. Но тогда $y - 2x \leqslant 4 - 2 \cdot 2 = 0$, то есть не выполнено 2-ое неравенство системы. Следовательно, решений $(x; y)$ с ординатой $y = 4$ не существует.

2) При $y = 5$ из неравенства $x + y > 5 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow x \geqslant 1$. При $x = 1$ и $x = 2$ неравенство $y - 2x > 0$ выполнено, то есть точки $(1, 5)$, $(2, 5)$ являются решениями данной системы. При $x \geqslant 3$ неравенство $y - 2x > 0$ перестаёт выполняться, решений $(x; y)$ с ординатой $y = 5$ и абсциссой $x \geqslant 3$ не существует.

3) Случай $y = 6$ рассматривается абсолютно аналогично: $x + y > 5 \Rightarrow x \geqslant 0$, неравенство $y - 2x > 0$ выполнено при $x = 0, 1, 2$ и перестаёт выполняться при $x \geqslant 3$. То есть все решения системы с ординатой $y = 6$ это точки $(0, 6)$, $(1, 6)$, $(2, 6)$.

Поскольку все возможные случаи были рассмотрены, то других решений, кроме найденных, не существует.

Замечание. Для решения данной задачи можно было воспользоваться графическим методом. А именно: выполнив чертёж, содержащий в одной координатной плоскости прямые $y = 7$, $y - 2x = 0$, $x + y = 5$, отметить ту часть плоскости, точки которой удовлетворяют всем трём неравенствам системы (каждое из неравенств задаёт часть плоскости, расположенную по одну сторону от соответствующей прямой). При этом получится ограниченная область (треугольник), и все целочисленные решения (узлы координатной решётки) можно перечислить.

Во всяком случае, геометрические соображения будут полезны для нахождения ограничений на переменные x, y в случае более сложной системы такого типа.

Ответ: $(1, 5), (2, 5), (0, 6), (1, 6), (2, 6)$.

240. Данное выражение определено, когда одновременно определены выражения $\sqrt{-15 + 13x - 2x^2}$ и $\frac{1}{x^2 - 4}$.

Обозначим $-15 + 13x - 2x^2 = t$. Так как $\sqrt{t}$ имеет смысл при $t \geqslant 0$, то $-15 + 13x - 2x^2 \geqslant 0$; $-2(x - 1{,}5)(x - 5) \geqslant 0$; $(x - 1{,}5)(x - 5) \leqslant 0$; $x \in [1{,}5; 5]$.

Дробь $\frac{1}{x^2 - 4}$ определена, если $x^2 - 4 \neq 0$. $x^2 \neq 4$; $x \neq -2$; $x \neq 2$. Следовательно, областью определения исходного выражения являются все значения $x \in [1{,}5; 2) \cup (2; 5]$.

Ответ: $[1{,}5; 2) \cup (2; 5]$.

241. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:
$\begin{cases} 24 - 2x - x^2 \geqslant 0, \\ x^2 - 16 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 2x - 24 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 16; \end{cases}$ $\begin{cases} -6 \leqslant x \leqslant 4, \\ x \neq \pm 4. \end{cases}$
Получаем: $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

Ответ: $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

242. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:
$\begin{cases} 12 - x - x^2 \geqslant 0, \\ 9 - x^2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + x - 12 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases}$ $\begin{cases} -4 \leqslant x \leqslant 3, \\ x \neq \pm 3. \end{cases}$
Получаем: $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

Ответ: $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

243. 49,5; 47,7; ... Найти ближайший к нулю положительный член прогрессии.
$a_1 = 49{,}5$, $d = -1{,}8$.
1) Найдём n. $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$, $49{,}5 - 1{,}8 \cdot (n-1) = 0$, $1{,}8 \cdot (n-1) = 49{,}5$, $n - 1 = 27{,}5$, $n = 28{,}5$, т.к. $n \in N$, то $n = 28$
2) $a_{28} = 49{,}5 - 27 \cdot 1{,}8 = 0{,}9$

Ответ: 0,9.

244. Определим разность прогрессии: $d = -40{,}2 + 41{,}4 = 1{,}2$. Возьмем $a_1 = -41{,}4$. Пусть a_n — наиболее близкий к нулю отрицательный член прогрессии. Тогда: $\begin{cases} a_n < 0, \\ a_{n+1} \geqslant 0. \end{cases}$
$\begin{cases} a_1 + d(n-1) < 0, \\ a_1 + dn \geqslant 0. \end{cases}$ $\begin{cases} -41{,}4 + 1{,}2n - 1{,}2 < 0, \\ -41{,}4 + 1{,}2n \geqslant 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 1{,}2n < 42{,}6, \\ 1{,}2n \geqslant 41{,}4. \end{cases}$
$\begin{cases} n < 35{,}5, \\ n \geqslant 34{,}5. \end{cases}$
Так как n — целое, $n = 35$. По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_{35} = -41{,}4 + 1{,}2 \cdot 34 = -0{,}6$.

Ответ: $a_{35} = -0{,}6$.

245. Определим разность арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3;...
$d = 97{,}2 - 101{,}1 = -3{,}9$. Возьмем $a_1 = 101{,}1$.
Пусть a_n — наиболее близкий к нулю отрицательный член прогрессии, тогда, если $a_{n-1} \geqslant 0$, то $a_n < 0$ (учитывая, что арифметическая прогрессия убывающая).
$a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 101{,}1 + 3{,}9 - 3{,}9n = 105 - 3{,}9n$;

$a_{n-1} = a_1 + d(n-2)$; $a_{n-1} = 101{,}1 + 7{,}8 - 3{,}9n = 108{,}9 - 3{,}9n$.
Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} a_n < 0, \\ a_{n-1} \geqslant 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 105 - 3{,}9n < 0, \\ 108{,}9 - 3{,}9n \geqslant 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3{,}9n > 105, \\ 3{,}9n \leqslant 108{,}9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n > 26\frac{12}{13}, \\ n \leqslant 27\frac{12}{13}. \end{cases}$$

Так как n — натуральное число, то $n = 27$.
$a_{27} = 105 - 3{,}9 \cdot 27 = 105 - 105{,}3 = -0{,}3$.

Ответ: $-0{,}3$.

246. Высóты, на которые поднимался турист каждый час, образуют арифметическую прогрессию с первым членом, равным 580, и разностью -40. Пусть n — количество часов, через которое он достигнет высоты 2500 м, тогда по формуле суммы первых n членов арифметической прогрессии получаем: $\frac{(2 \cdot 580 - 40(n-1))n}{2} = 2500$. В результате получаем квадратное уравнение $20n^2 - 600n + 2500 = 0$. Решаем уравнение и находим корни $n = 5$ и $n = 25$. Второй корень не удовлетворяет условию задачи. Это легко проверить.

Ответ: 5.

247. По условию имеем арифметическую прогрессию, в которой $a_1 = 0{,}75$; $d = 0{,}5$. Пусть n — количество выстрелов, при которых произошло попадание в мишень. Так как стрелок набрал 99,75 баллов, то

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} = 99{,}75; \quad \frac{2 \cdot 0{,}75 + 0{,}5(n-1)}{2} = 99{,}75;$$

$n^2 + 2n - 399 = 0$; $n_1 = 19$, $n_2 = -21$.
Второй корень очевидно не удовлетворяет условию задачи. Следовательно, 19 выстрелов были попаданиями. Так как всего было 30 выстрелов, то неудачными оказались $30 - 19 = 11$ из них.

Ответ: 11.

249. По условию $a_n = 8n$, $a_n \leqslant 200$, $8n \leqslant 200$, $n \leqslant 25$.
Найдём сумму 25 натуральных чисел, кратных 8:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \text{ где } a_1 = 8,\ a_{25} = 200.$$

$$S_{25} = \frac{8 + 200}{2} \cdot 25 = \frac{208}{2} \cdot 25 = 104 \cdot 25 = 2600.$$

Ответ: 2600.

255. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, и вычтем из нее сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые делятся на 7. Так как все натуральные числа от 1 по 160 представляют собой арифметическую прогрессию с разностью 1, то сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160, равна

$S_1 = \dfrac{1+160}{2} \cdot 160 = 12880$. Натуральные числа, делящиеся на 7, образуют арифметическую прогрессию с разностью 7. Первый член этой прогрессии равен 7, а последний, не превосходящий 160, равен 154. Таким образом, среди первых 160 натуральных чисел $\dfrac{154}{7} = 22$ числа, делящихся на 7. Поэтому сумма таких чисел равна

$S_2 = \dfrac{7+154}{2} \cdot 22 = 161 \cdot 11 = 1771$. Искомая сумма равна

$S_1 - S_2 = 12880 - 1771 = 11109$.

Ответ: 11109.

279. Для решения этой задачи найдем сумму натуральных чисел от 100 до 150 включительно, затем сумму чисел, в этом же диапазоне, делящихся на 6. Затем из первой суммы вычтем вторую.

Натуральные числа из диапазона от 100 до 150 включительно представляют собой арифметическую прогрессию, в которой $a_1 = 100$; $d = 1$. Число членов этой прогрессии равно $150 - 100 + 1 = 51$. Сумма первых 51 членов этой прогрессии $S_1 = \dfrac{(100+150) \cdot 51}{2} = 6375$.

Натуральные числа из диапазона от 100 до 150 включительно, которые делятся на 6, представляют собой арифметическую прогрессию, в которой $a_1 = 102$; $d = 6$, $a_n = 150$. Определим число членов этой прогрессии: $n - 1 = \dfrac{150-102}{6} = 8$; $n = 9$. Сумма первых 9 членов рассматриваемой прогрессии $S_2 = \dfrac{(102+150) \cdot 9}{2} = 1134$. Разность сумм прогрессий равна $6375 - 1134 = 5241$.

Ответ: 5241.

280. $\dfrac{a_1+a_2+a_3}{a_3} = \dfrac{a_1 + \dfrac{a_1+a_3}{2} + 2a_1}{2a_1} = \dfrac{a_1 + \dfrac{a_1+2a_1}{2} + 2a_1}{2a_1} =$

$$= \frac{1 + \frac{3}{2} + 2}{2} = 2{,}25.$$

Ответ: 2,25.

281. По условию задачи $a_8 = 3a_6$. Тогда $a_7 = \frac{a_6 + a_8}{2} = 2a_6$,
$d = a_8 - a_7 = a_6$. Так как, с другой стороны, $a_6 = a_1 + 5d$, то получим: $d = a_1 + 5d$, $a_1 = -4d$.

Итак, $S_9 = \frac{9 \cdot (2a_1 + 8d)}{2} = \frac{9 \cdot (2(-4d) + 8d)}{2} = 0$.

Ответ: 0.

282. Это задача на арифметическую прогрессию. По условию число отжиманий в первый день $a_1 = 10$, разность прогрессии $d = 2$. Наша задача найти сумму членов этой прогрессии с 19-го по 31-й, то есть $S_{31} - S_{18}$. Воспользуемся формулой $S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}$. Имеем:

$$S_{31} = \frac{(2 \cdot 10 + 2(31-1)) \cdot 31}{2} = 1240; \ S_{18} = \frac{(20 + 2 \cdot 17) \cdot 18}{2} = 486.$$

А искомая величина $S_{31} - S_{18} = 1240 - 486 = 754$.

Ответ: 754.

283. Это задача на арифметическую прогрессию. По условию количество единиц продукции, произведённой в первом году, $a_1 = 50$, разность прогрессии $d = 15$. Необходимо найти сумму членов прогрессии с 8-го по 20-й включительно, то есть $S_{20} - S_7$. Воспользуемся формулой $S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}$. Имеем: $S_{20} = \frac{(2 \cdot 50 + 15(20-1)) \cdot 20}{2} = 3850$;

$$S_7 = \frac{(2 \cdot 50 + 15 \cdot 6) \cdot 7}{2} = 665.$$

А искомая величина $S_{20} - S_7 = 3850 - 665 = 3185$.

Ответ: 3185.

284. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n = 3n+2$; $a_1 = 5$, $d = 3$.

Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с нечётными номерами. Для новой прогрессии получим, $b_1 = a_1 = 5$, $d_b = 6$. Сумма членов исходной прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

Сумма 25 членов новой прогрессии:

$S_{25} = \dfrac{(b_1 + b_{25}) \cdot 25}{2} = \dfrac{(5 + 5 + 6 \cdot 24) \cdot 25}{2} = 1925.$

Ответ: 1925.

285. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n = 4n - 3$; $a_1 = 1$, $d = 4$.

Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с чётными номерами. Для новой прогрессии получим: $b_1 = a_2 = 5$, $d_b = 8$. Сумма членов исходной прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

$S_{25} = \dfrac{(b_1 + b_{25}) \cdot 25}{2} = \dfrac{(5 + 5 + 8 \cdot 24) \cdot 25}{2} = 2525.$

Ответ: 2525.

286. Пусть a_1 — количество сантиметров, которое проползла гусеница за первую минуту, a_2 — за вторую, и т. д. Тогда числа $a_1, a_2, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 39$ и $d = -2$.

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ — количество сантиметров, которое проползла гусеница за первые n минут. Требуется найти число n, при котором $S_n = 400$ см. Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{\big(2a_1 + d(n-1)\big)n}{2}$. Получим $400 = \dfrac{\big(2 \cdot 39 - 2(n-1)\big)n}{2}$; $n^2 - 40n + 400 = 0$; $(n - 20)^2 = 0$; $n = 20$.

Ответ: 20.

287. Пусть a_1 — количество очков, которое начислили стрелку за первое попадание, a_2 — за второе, и т. д. Числа $a_1, a_2, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 4$ и $d = 2$. $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ — количество начисленных очков за n попаданий. По условию $S_n = 180$, $n \leqslant 20$. Требуется найти $20 - n$.

Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{\big(2a_1 + d(n-1)\big)n}{2}$. Получим:

$180 = \dfrac{\big(2 \cdot 4 + 2(n-1)\big)n}{2}$; $n^2 + 3n - 180 = 0$; $n_{1,2} = \dfrac{-3 \pm 27}{2}$, $n \in N$, $n = 12$; $20 - n = 20 - 12 = 8$.

Ответ: 8.

289. Пусть S — искомая сумма, S_1 — сумма всех чётных натуральных чисел, которые не превосходят 241, S_2 — сумма всех чётных натуральных чисел, которые делятся на 10 и не превосходят 241, тогда $S = S_1 - S_2$.

Найдём S_1: $S_1 = \frac{2+240}{2} \cdot 120 = 14520$. Последовательность чисел, кратных 10 и не превосходящих 241, представляет арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 10$, $a_n = 240$. Найдём число членов этой прогрессии. Так как она задаётся формулой $a_n = 10n$, то $10n = 240$, $n = 24$.

Найдём S_2: $S_2 = \frac{10+240}{2} \cdot 24 = 3000$. Получаем: $S = 14520 - 3000 = 11520$.

Ответ: 11520.

291. Тридцать первых членов с чётными номерами прогрессии a_n составляют арифметическую прогрессию b_n такую, что $b_1 = a_2$, $b_2 = a_4, \ldots,$ $b_{30} = a_{60}$. Найдём a_2 и a_{60}.

$a_2 = \frac{2-18}{0{,}25} = -64$, $a_{60} = \frac{60-18}{0{,}25} = 168$.

Переформулируем задачу: найти сумму тридцати членов арифметической прогрессии, если $b_1 = -64$, $b_{30} = 168$.

Получаем $S_{30} = \frac{-64+168}{2} \cdot 30 = 1560$.

Ответ: 1560.

293. $\begin{cases} b_1 + b_3 + b_4 = 279, \\ b_3 + b_5 + b_6 = 31, \\ q > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^3 = 279, \\ b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^5 = 31, \end{cases}$

$\begin{cases} b_1 \cdot (1 + q^2 + q^3) = 279, \\ b_1 \cdot q^2 (1 + q^2 + q^3) = 31, \end{cases}$ $q^2 = \frac{1}{9}$, $q = \pm\frac{1}{3}$, но $q > 0$, $q = \frac{1}{3}$.

$b_1 = \frac{279}{1 + q^2 + q^3}$, $b_1 = \frac{279 \cdot 27}{31}$, $b_1 = 3^5$. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, $b_8 = 3^5 \cdot \frac{1}{3^7} = \frac{1}{9}$.

Ответ: $\frac{1}{9}$.

294. Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_6$ — члены данной геометрической прогрессии, q — её знаменатель. По условию $b_1 + b_2 + b_3 = 9$; $b_4 + b_5 + b_6 = -72$. Очевидно $q < 0$.

Найдем b_1 и q из системы уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 = 9, \\ b_1 \cdot q^3 + b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^5 = -72, \\ q < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot (1 + q + q^2) = 9, \\ b_1 \cdot q^3 \cdot (1 + q + q^2) = -72, \\ q < 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{9}{1 + q + q^2}, \\ q^3 = -8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3, \\ q = -2. \end{cases}$$

Следовательно, $b_8 = b_1 \cdot q^7 = 3 \cdot (-2)^7 = 3 \cdot (-128) = -384$.

Ответ: -384.

296. Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_9$ — члены данной геометрической прогрессии, q — ее знаменатель. По условию $b_5 = b_3 + 8$; $b_9 = b_3 + 728$; $q > 1$.
Найдем значения b_1 и q из системы уравнений:

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^4 = b_1 \cdot q^2 + 8, \\ b_1 \cdot q^8 = b_1 \cdot q^2 + 728, \\ q > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q^2 \cdot \left(q^2 - 1\right) = 8, \\ b_1 \cdot q^2 \cdot \left(q^6 - 1\right) = 728, \\ q > 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ \dfrac{q^6 - 1}{q^2 - 1} = 91, \\ q > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ \dfrac{\left(q^2 - 1\right)\left(q^4 + q^2 + 1\right)}{q^2 - 1} = 91, \\ q > 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ q \neq \pm 1, \\ q^4 + q^2 - 90 = 0, \\ q > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{1}{9}, \\ q = 3. \end{cases}$$

Следовательно, $b_7 = b_1 \cdot q^6 = \dfrac{1}{9} \cdot 3^6 = 3^4 = 81$.

Ответ: 81.

297. Так как по условию x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$, то, по теореме, обратной теореме Виета, имеем:
$x_1 + x_2 = 12, x_1 \cdot x_2 = a$.
Так как по условию x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$, то по теореме, обратной теореме Виета, имеем:
$x_3 + x_4 = 3, x_3 \cdot x_4 = b$.

Решим систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$

Учитывая условие, что числа x_1, x_2, x_3, x_4 положительные и образуют геометрическую прогрессию ($x_1 > 0$; $q > 0$), получим:

$$\begin{cases} x_1 + x_1 \cdot q = 12, \\ x_1 \cdot q^2 + x_1 \cdot q^3 = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \cdot (1 + q) = 12, \ (1) \\ x_1 \cdot q^2 \cdot (1 + q) = 3. \ (2) \end{cases}$$

Разделим второе уравнение системы на первое, получим:

$q^2 = \dfrac{1}{4}$, $q_1 = \dfrac{1}{2}$, $q_2 = -\dfrac{1}{2}$ — не удовлетворяет условию $q > 0$, значит,

$q = \dfrac{1}{2}$, тогда из 1-го уравнения системы получим:

$x_1 = \dfrac{12}{1+\frac{1}{2}} = 8, x_2 = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4, a = x_1 \cdot x_2 = 8 \cdot 4 = 32,$

$b = x_3 \cdot x_4 = x_1 \cdot q^2 \cdot x_1 \cdot q^3 = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot \frac{1}{8} = 2.$

Ответ: $a = 32$, $b = 2$.

326. Согласно условию, имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 + b_3 = 21, \\ \dfrac{1}{b_1} + \dfrac{1}{b_2} + \dfrac{1}{b_3} = \dfrac{7}{12}; \end{cases} \text{ где } b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0.$$

Так как числа b_1, b_2 и b_3 образуют геометрическую прогрессию, то $b_2 = qb_1$; $b_1 = \dfrac{b_2}{q}$; $b_3 = qb_2$, где $q \neq 0$. Подставляя значения b_1 и b_3 в систему уравнений, получаем:

$$\begin{cases} \dfrac{b_2}{q} + b_2 + b_2q = 21, \\ \dfrac{q}{b_2} + \dfrac{1}{b_2} + \dfrac{1}{b_2q} = \dfrac{7}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_2(1 + q + q^2) = 21q, \\ q^2 + q + 1 = \dfrac{7b_2q}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{7b_2^2q}{12} = 21q, \\ q^2 + q + 1 = \dfrac{7b_2q}{12}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы получаем $b_2^2 = 36$; $b_2 = -6$ или $b_2 = 6$. Так как $b_2 > 0$, то $b_2 = 6$.

Ответ: 6.

340. $y = |ax + b| + c, a > 0$.

Из рисунка видно, что график функции $y = |ax + b|$ опущен на 2 единицы вниз, значит, $c = -2$. Пусть $\operatorname{tg}\alpha$ — угол наклона прямой к положительному направлению оси Ox. Тогда $a = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{6}{2} = 3$ (по условию $a > 0$). Если $x > -2$, то $y = ax + (b + c)$. Так как $y(0) = 4$, то $b + c = 4$; $b = 6$.

Ответ: $a = 3$; $b = 6$; $c = -2$.

350. Запишем уравнение параболы со старшим коэффициентом, равным 1: $y = x^2 + bx + c$.

По условию парабола касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$, тогда уравнения $x^2 + bx + c = x$ и $x^2 + bx + c = 1 - x$ имеют по одному решению:

$$\begin{cases} x^2 + (b - 1)x + c = 0, \\ x^2 + (b + 1)x + c = 1. \end{cases}$$

Значит, дискриминант каждого квадратного уравнения равен 0.
1) $D = (b-1)^2 - 4c = 0$; 2) $D = (b+1)^2 - 4(c-1) = 0$;
$\begin{cases} (b-1)^2 = 4c, \\ (b+1)^2 + 4 = 4c, \end{cases}$ $(b-1)^2 = (b+1)^2 + 4$, $b^2 - 2b + 1 = b^2 + 2b + 1 + 4$,
$b = -1$, тогда $c = 1$.
Таким образом, $y = x^2 - x + 1$.

Ответ: $y = x^2 - x + 1$.

353. 1. Найдём координаты концов отрезка, решив систему уравнений:
$\begin{cases} y = 1 - |x|, \\ y = 2x^2 + x - 1. \end{cases}$

1) $x \geqslant 0$, $\begin{cases} y = 1 - x, \\ y = 2x^2 + x - 1, \end{cases}$ $2x^2 + x - 1 = 1 - x$, $2x^2 + 2x - 2 = 0$,
$x^2 + x - 1 = 0$, $D = 1 + 4 = 5$, $x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ не удовлетворяет условию $x \geqslant 0$;
$y_1 = \dfrac{2+1-\sqrt{5}}{2} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, $A\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

2) $x < 0$, $\begin{cases} y = 1 + x, \\ y = 2x^2 + x - 1, \end{cases}$ $2x^2 + x - 1 = 1 + x$, $2x^2 - 2 = 0$, $x^2 - 1 = 0$,
$(x-1)\cdot(x+1) = 0$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$ не удовлетворяет условию $x < 0$;
$y_3 = 1 - 1 = 0$, $B(-1; 0)$.

2. Найдём координаты середины отрезков:
$x_0 = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1+\sqrt{5}-2}{4} = \dfrac{\sqrt{5}-3}{4}$, $y_0 = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{4}$.

Ответ: $\left(\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}; \dfrac{3-\sqrt{5}}{4}\right)$.

355. $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$.
1) С осью Ox:
$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$, $(x-1)(x^2-4) = 0$; $x - 1 = 0$,
$x_1 = 1$; $x^2 - 4 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.
$(1; 0)$, $(2; 0)$, $(-2; 0)$ — координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Ox.
2) С осью Oy:
$(0; 4)$ — координаты точки пересечения графика функции
$y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Oy.

Ответ: $(-2; 0)$, $(1; 0)$, $(2; 0)$, $(0; 4)$.

359. Обозначим $f(x) = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Точка B является одной из точек пересечения графика функции $y = f(x)$ и оси Ox. Значит, $y_B = 0$. Для

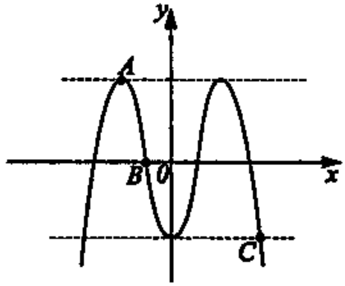

Рис. 138.

нахождения x_B решим уравнение $f(x) = 0$. Сделаем замену $t = x^2 \geqslant 0$, тогда уравнение $f(x) = 0$ примет вид:

$$-4t^2 + 10t - 3 = 0, 4t^2 - 10t + 3 = 0, t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4},$$

$$t_1 = \frac{5+\sqrt{13}}{4} \geqslant 0, t_2 = \frac{5-\sqrt{13}}{4} \geqslant 0.$$

Поэтому $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{5+\sqrt{13}}}{2}$, $x_{3,4} = \pm\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2}$. В силу расположения точки B следует, что x_B — наибольшее отрицательное число среди чисел x_1, x_2, x_3, x_4. Значит, $x_B = -\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2}$.

Заметим, что y_A соответствует наибольшему значению функции $y = f(x)$. Для нахождения этого значения выделим полный квадрат в представлении функции:

$$-4x^4 + 10x^2 - 3 = -4\left(x^4 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{5}{4}\right) - 3 =$$

$$-4\left(x^4 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{5}{4} + \frac{25}{16}\right) + 4 \cdot \frac{25}{16} - 3 =$$

$$= -4\left(x^2 - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{13}{4}.$$

Следовательно, $f(x) = -4\left(x^2 - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{13}{4}$. Из полученного представления вытекает, что наибольшее значение функции $y = f(x)$ равно $\frac{13}{4}$, так как для всех действительных x справедливо неравенство

$-4\left(x^2-\frac{5}{4}\right)^2 \leqslant 0$. Причем это наибольшее значение достигается в том случае, когда $x^2-\frac{5}{4}=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$. Тогда из расположения точки A в левой полуплоскости следует, что $x_A=-\frac{\sqrt{5}}{2}$ и соответственно $y_A=\frac{13}{4}$.

Определим координаты точки C. Из рисунка 138 следует, что $y_C=f(0)=-3$. Тогда опять же из рисунка 138 вытекает, что x_C равняется положительному корню уравнения $f(x)=-3$. Решим его.

$-4x^4+10x^2-3=-3,\ -4x^4+10x^2=0,\ x^2(4x^2-10)=0,\ x_1=0,$ $x_{2,3}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Значит, $x_C=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Ответ: $A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2};\frac{13}{4}\right)$, $B\left(-\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{10}}{2};-3\right)$.

411. График функции $y=\frac{1}{3}x^2-2x$ — парабола, ветви которой направлены вверх (см. рис. 139). Найдём координаты вершины: $x_0=-\frac{b}{2a}$, $x_0=\frac{2\cdot 3}{2}=3$, $y_0=\frac{1}{3}\cdot 3^2-2\cdot 3=-3$. $(3;-3)$ — координаты вершины параболы. Нули функции: $\frac{1}{3}x^2-2x=0$, $x_1=0$, $x_2=6$, следовательно $(0;0)$ и $(6;0)$ — координаты точек пересечения графика функции с осью Ox.

Дополнительные точки:

x	1	5	-1	7
y	$-1\frac{2}{3}$	$-1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$

Функция возрастает на промежутке $[3;+\infty)$

Ответ: $[3;+\infty)$.

413. Пусть x — длина всего забора, тогда $0{,}3(x-2)$ — длина части забора, которую покрасил мальчик, красивший сразу за Томом, а из сле-

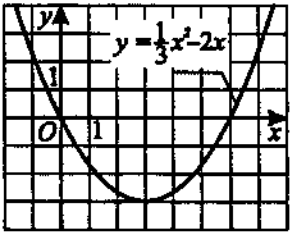

Рис. 139.

дующих трёх мальчиков первый и второй покрасили $\frac{1}{5}x$ и $\frac{1}{6}x$ метров. Пусть y — длина части забора, оставшейся непокрашенной после этого. Из условия следует, что 1 метр (который в конце красил Том) составляет $100\% - 85\% = 15\%$ от y. То есть $0{,}15y = 1$, $y = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$. Так как сумма всех покрашенных частей равна длине всего забора, получаем уравнение:

$2 + 0{,}3(x-2) + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + y = x$; $2 + \frac{3}{10}x - 0{,}6 + \frac{11}{30}x + \frac{20}{3} = x$;

$\frac{20}{30}x + 1{,}4 + \frac{20}{3} = x$; $\frac{24{,}2}{3} = \frac{1}{3}x$; $x = 24{,}2$ (м).

Ответ: 24,2.

415. Пусть скорость первого велосипедиста x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второго — y $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

I раз: первый до встречи прошёл $7{,}5x$ км, а второй — $4y$ км. Составим первое уравнение: $7{,}5x + 4y = 325$

II раз: первый до встречи прошёл $5x$ км, а второй — $7y$ км. Составим второе уравнение: $5x + 7y = 325$.

Система уравнений: $\begin{cases} 7{,}5x + 4y = 325, \\ 5x + 7y = 325 \end{cases}$

$7{,}5x + 4y = 5x + 7y$, $2{,}5x = 3y$, $5x = 6y$, $x = \frac{6}{5}y$;

$6y + 7y = 325$, $13y = 325$, $y = 25$, $x = 30$.

Ответ: 30; 25.

416. Пусть скорость *II*-го автомобиля — x км/ч, тогда *I*-го — $(x+10)$ км/ч.

Первый случай: первый автомобиль прошёл $4(x+10)$ км до встречи, а второй — $3x$ км. Весь путь — $4(x+10) + 3x$ (км).

Второй случай: первый до встречи шёл $4{,}5 - 1\frac{5}{6} = 2\frac{2}{3}$ (ч) и прошёл

$2\frac{2}{3}(x+10)$ (км). Второй прошел $4\frac{1}{2}x$ (км). Весь путь: $2\frac{2}{3}(x+10)+4\frac{1}{2}x$ (км).

Зная, что в обоих случаях автомобили проехали один и тот же путь, составим уравнение:

$4(x + 10) + 3x = \frac{8}{3}(x + 10) + 4\frac{1}{2}x$; $4x + 40 + 3x = \frac{8}{3}x + \frac{80}{3} + 4\frac{1}{2}x$;

$7x - \frac{8}{3}x - 4\frac{1}{2}x = \frac{80}{3} - 40$; $-\frac{1}{6}x = -\frac{40}{3}$; $x = 80$.

Скорость II-го автомобиля — 80 км/ч. Расстояние между пунктами $4(80 + 10) + 3 \cdot 80 = 600$ (км).

Ответ: 600.

417. Пусть x км/ч — скорость I велосипедиста, а y км/ч — скорость II велосипедиста.

Если I велосипедист выедет на 5 ч раньше второго и они встретятся через 5 ч после выезда второго, то к моменту встречи I велосипедист проедет $10x$ км, а второй — $5y$ км.

Если II велосипедист выедет на 2 ч раньше первого и они встретятся через 6 ч после выезда первого, то к моменту встречи I велосипедист проедет $6x$ км, а второй — $8y$ км.

Зная,,что расстояние между пунктами 400 км, составим и решим систему уравнений:

$\begin{cases} 10x + 5y = 400, \\ 6x + 8y = 400, \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 80, \ (1) \\ 3x + 4y = 200. \ (2) \end{cases}$

Выразим из уравнения (1) y и подставим его во второе уравнение. Получим:

$y = 80 - 2x$, $3x + 4(80 - 2x) = 200$, $3x + 320 - 8x = 200$, $-5x = -120$, $x = 24$, $y = 80 - 2 \cdot 24 = 32$.

Таким образом скорость I велосипедиста — 24 км/ч, скорость II велосипедиста — 32 км/ч.

Ответ: 24; 32.

421. Пусть x км/ч — скорость третьего катера, а t ч — время, за которое третий катер догонит второй. Расстояние, которое проплыл второй катер до встречи с третьим, равно $40 \cdot (t + 1)$ км, а третий катер проплыл xt км.

К моменту встречи второго катера с первым второй катер проплыл $(2t + 1) \cdot 40$ км, а первый катер — $(2t + 2) \cdot 30$ км.

По условию $xt = 40 \cdot (t + 1)$ и $(2t + 1) \cdot 40 = (2t + 2) \cdot 30$.

Решим систему уравнений:

$\begin{cases} xt = 40\cdot(t+1), \\ (2t+1)\cdot 40 = (2t+2)\cdot 30, \end{cases}$ $\begin{cases} xt = 40\cdot(t+1), \\ 80t+40 = 60t+60, \end{cases}$

$\begin{cases} xt = 40(t+1), \\ 20t = 20, \end{cases}$ $t = 1,\ x = 80.$

Скорость третьего катера равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

422. Пусть выпуск продукции составлял x, отпускная цена y. Себестоимость $\frac{3}{4}y$. Прибыль составляла $y - \frac{3}{4}y = \frac{1}{4}y$ (на отпускной цене). Вся прибыль была $\frac{xy}{4}$.

После изменений: выпуск продукции составил $1{,}5x$, отпускная цена — $1{,}1y$, себестоимость — $\frac{3}{4}\cdot 1{,}2y = 0{,}9y$. Прибыль на отпускной цене — $1{,}1y - 0{,}9y = 0{,}2y$. Вся прибыль стала $1{,}5x\cdot 0{,}2y = 0{,}3xy$.

Прибыль увеличилась на $0{,}3xy - 0{,}25xy = 0{,}05xy$, что в процентах составило $\frac{0{,}05xy\cdot 4}{xy}\cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20%.

425. Пусть производительность I бригады — x, II бригады — y, III бригады — z, IV бригады — t. Найти $\frac{1}{z+t}$.

По условию: $\begin{cases} y+z+t = 4x, \\ x+z+t = 3y, \\ x+y = \frac{1}{11}. \end{cases}$

Найдём $z+t$ — производительность III и IV бригад:

$\begin{cases} z+t = 4x-y, \\ z+t = 3y-x, \\ x+y = \frac{1}{11}, \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-y = 3y-x, \\ 5x = 4y, \\ x = \frac{4}{5}\cdot y. \end{cases}$ Подставим в третье уравнение

$\frac{4}{5}\cdot y + y = \frac{1}{11},\ \frac{9}{5}\cdot y = \frac{1}{11},\ y = \frac{5}{99},\ x = \frac{4}{99}.$

Тогда $z+t = 4\cdot\frac{4}{99} - \frac{5}{99},\ z+t = \frac{1}{9}.$

Тогда III и IV бригадам понадобится $1 : \frac{1}{9} = 9$ (дней).

Ответ: 9.

426. Пусть производительность классов: А — a, Б — b, В — c, Г — d. Необходимо найти время, за которое могут покрасить забор все четыре класса, то есть $\frac{1}{a+b+c+d}$.

По условию: $b+c+d = \frac{1}{3}$, $a+c+d = \frac{1}{2}$, $a+b = \frac{1}{5}$;

сложим: $2a+2b+2c+2d = \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$, $a+b+c+d = \frac{31}{60}$, $\frac{1}{a+b+c+d} = \frac{60}{31}$.

Все четыре класса могут покрасить забор за $1\frac{29}{31}$ часа.

Ответ: $1\frac{29}{31}$.

429. Пусть производительность I садовника — x, производительность II садовника — y, производительность III садовника — z, производительность IV садовника — t.

По условию: $\begin{cases} x+y = \frac{7}{120}, \\ y+z+t = \frac{9}{200}, \\ z+x+t = \frac{4}{75}. \end{cases}$

Найти $\frac{1}{x+y+z+t}$.

Сложим уравнения системы: $2x + 2y + 2z + 2t = \frac{7}{120} + \frac{9}{200} + \frac{4}{75}$,

$2(x+y+z+t) = \frac{94}{600}$, $x+y+z+t = \frac{47}{600}$, $\frac{1}{x+y+z+t} = \frac{600}{47}$ часа.

Ответ: $\frac{600}{47}$.

430. Пусть первоначальная скорость такси x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, тогда на путь из A в B было потрачено $\frac{200}{x}$ часов, а обратный путь водитель прошёл за

$1+\dfrac{200-x}{x-20}$ часов. Зная, что обратный путь занял на $\dfrac{1}{4}$ часа больше, составим уравнение:

$1+\dfrac{200-x}{x-20}=\dfrac{200}{x}+\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{200-x}{x-20}-\dfrac{200}{x}=-\dfrac{3}{4}$,

$\dfrac{200x-x^2-200x+4000}{x(x-20)}=-\dfrac{3}{4}$, $x\neq 0$, $x\neq 20$.

$4(-x^2+4000)=-3(x^2-20x)$, $-4x^2+16000=-3x^2+60x$,
$x^2+60x-16000=0$, по теореме, обратной теореме Виета, $x_1=100$, $x_2=-160$ (не удовлетворяет условию задачи).

Ответ: 100.

433. Пусть C — место встречи двух велосипедистов. Тогда первый велосипедист проехал расстояние $S_2=CB$ за 48 минут, а второй проехал расстояние $S_1=AC$ за 27 минут. Так как скорости велосипедистов постоянны, то скорость первого велосипедиста равна $v_1=\dfrac{S_2}{48}$, а скорость второго — $v_2=\dfrac{S_1}{27}$. Тогда первый затратил на дорогу до встречи $\dfrac{S_1}{v_1}$ минут, а второй — $\dfrac{S_2}{v_2}$ минут. Однако каждый из велосипедистов доехал до места встречи от пункта своего отправления за одно и то же время. Поэтому $\dfrac{S_1}{v_1}=\dfrac{S_2}{v_2}$, откуда $\dfrac{S_1}{\frac{S_2}{48}}=\dfrac{S_2}{\frac{S_1}{27}}\Rightarrow\left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2=\dfrac{27}{48}$, $\left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2=\dfrac{9}{16}$, $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{3}{4}$.

Следовательно, время от начала движения велосипедистов до их встречи равно $\dfrac{S_1}{v_1}=48\cdot\dfrac{S_1}{S_2}=48\cdot\dfrac{3}{4}=36$ минут.

Ответ: 36.

438. Пусть x км/ч — скорость лодки в стоячей воде, по условию $x>3$.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x+3$	$\dfrac{39}{x+3}$	39
против течения	$x-3$	$\dfrac{28}{x-3}$	28
в озере	x	$\dfrac{70}{x}$	70

Зная, что моторная лодка прошла путь по течению реки и против течения реки за то же время, за которое она могла пройти путь по озеру, составим и решим уравнение:

$\frac{39}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{70}{x}$, $39x \cdot (x-3) + 28x \cdot (x+3) = 70 \cdot (x^2 - 9)$,
$39x^2 - 117x + 28x^2 + 84x = 70x^2 - 630$, $3x^2 + 33x - 630 = 0$,
$x^2 + 11x - 210 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = 10$, $x_2 = -21$ — не удовлетворяет условию $x > 3$. 10 км/ч — скорость лодки в стоячей воде.

Ответ: 10.

439. Пусть x км/ч — скорость байдарки в стоячей воде, тогда $(x+2)$ км/ч — скорость байдарки по течению, а $(x-2)$ км/ч — скорость против течения реки. $\frac{25}{x}$ ч время, которое затратил турист, плывя по озеру, $\frac{9}{x-2}$ ч — время плавания против течения реки, $\frac{56}{x+2}$ ч — время плавания по течению. По условию задачи турист плыл по озеру и против течения реки столько же времени, за сколько плыл по течению. Составим и решим уравнение:

$\frac{25}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{56}{x+2}$, $x > 2$, $25(x^2 - 4) + 9x(x+2) = 56x(x-2)$,
$25x^2 - 100 + 9x^2 + 18x = 56x^2 - 112x$, $22x^2 - 130x + 100 = 0$,
$11x^2 - 65x + 50 = 0$, $D = 65^2 - 44 \cdot 50 = 4225 - 2200 = 2025$, $x_{1,2} = \frac{65 \pm 45}{22}$,

$x_1 = \frac{110}{22} = 5$, $x_2 = \frac{20}{22} = \frac{10}{11}$ — не удовлетворяет условию $x > 2$.

5 км/ч — скорость байдарки в стоячей воде.

Ответ: 5.

440. Пусть x кг — масса меди в сплаве, тогда $(x+5)$ кг — первоначальная масса сплава; $\frac{x}{x+5} \cdot 100\%$ — процентное содержание меди в первоначальном сплаве; $(x+20)$ кг — масса нового сплава; $\frac{x}{x+20} \cdot 100\%$ — процентное содержание меди в новом сплаве.

По условию содержание меди понизилось на 30%. Составим и решим уравнение:

$\frac{x}{x+5} \cdot 100 - \frac{x}{x+20} \cdot 100 = 30$, $x > 0$; $\frac{10x}{x+5} - \frac{10x}{x+20} = 3$;
$10x^2 + 200x - 10x^2 - 50x = 3(x+5)(x+20)$; $150x = 3(x+5)(x+20)$;

$x^2+25x-50x+100=0$; $x^2-25x+100=0$; $x_1=5$, $x_2=20$. Оба числа удовлетворяют условию $x>0$. Первоначальная масса сплава могла быть либо 10 кг, либо 25 кг.

Ответ: 10, 25.

442. $420\cdot\frac{4}{7}=240$ км было пройдено за изначально намеченное время со скоростью x км/ч. С увеличенной скоростью $(x+10)$ км/ч было пройдено $420-240=180$ км.

Планируемое время $\frac{180}{x}$ на $\frac{1}{4}$ больше реального времени $\frac{180}{x+10}$. Составляем уравнение: $\frac{180}{x}-\frac{180}{x+10}=\frac{1}{4}$. Умножим обе части на $4x^2+40$.

$720x+7200-720x=x^2+10x$,

$x^2+10x-7200=0$.

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1=-90$, $x_2=80$.

По смыслу задачи $x=80$ км/ч — исходная скорость. Тогда общее время движения $420:80=5{,}25$ ч.

Ответ: 5,25.

516. Пусть p_i — производительность i-ой группы программистов, $i=1$, 2, 3. Тогда из условия задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases}2(p_1+p_2+p_3)=1,\\ p_1=3p_3,\\ p_1=p_2+p_3.\end{cases}$$

Из первого и третьего уравнений системы следует, что $4p_1=1, p_1=\frac{1}{4}$.

Подставляя во второе уравнение системы p_1, получаем $p_3=\frac{1}{12}$. Тогда подставляя p_1 и p_3 в третье уравнение найдем $p_2=p_1-p_3=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$.

Ответ: 4; 6; 12.

517. Пусть v_1 , l_1 — соответственно скорость (в м/с) и длина поезда (в м); v_2, l_2 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) электрички. Согласно условию задачи $v_2=\frac{1}{2}v_1$; $l_2=\frac{1}{3}l_1$. Зная, что поезд проходит мимо столба за 5 секунд, имеем $\frac{l_1}{v_1}=5$. Чтобы определить время, за которое мимо друг друга пройдут поезд и электричка, нужно их общую длину разделить на суммарную скорость (из условия задачи ясно, что поезд и электричка движутся навстречу друг другу), то есть это время равно

$$\frac{l_1+l_2}{v_1+v_2}=\frac{l_1+\frac{1}{3}l_1}{v_1+\frac{1}{2}v_1}=\frac{8l_1}{9v_1}=\frac{8\cdot 5}{9}=\frac{40}{9}\text{ (с)}.$$

Ответ: $\frac{40}{9}$.

518. Пусть v_1, l_1 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) поезда, v_2, l_2 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) электрички. Согласно условию задачи $v_1 = v_2$; $l_1 = 1{,}5l_2$. Зная, что электричка проходит мимо столба за 8 секунд, имеем $\frac{l_2}{v_2} = 8$. Чтобы определить время, за которое мимо друг друга пройдут поезд и электричка, нужно их общую длину разделить на суммарную скорость (из условия задачи ясно, что поезд и электричка движутся навстречу друг другу), то есть это время равно

$$\frac{l_1+l_2}{v_1+v_2}=\frac{1{,}5l_2+l_2}{v_2+v_2}=\frac{2{,}5l_2}{2v_2}=\frac{2{,}5\cdot 8}{2}=10\text{ (с)}.$$

Ответ: 10.

519. Пусть x — количество стекла первого сорта, y — количество стекла второго сорта, которые надо взять, чтобы получить стекло, пропускающее 60% света. Из условия задачи имеем:

$$\frac{0{,}45x+0{,}8y}{x+y}=0{,}6;\ 0{,}45x+0{,}8y=0{,}6x+0{,}6y;\ 0{,}15x=0{,}2y;\ \frac{x}{y}=\frac{4}{3}.$$

Ответ: 4 : 3.

520. Пусть x — количество шоколада с содержанием 25% какао, y — количество шоколада с содержанием 70% какао, которые нужно взять, чтобы получить шоколад, содержащий 45% какао. Из условия задачи следует, что $\frac{0{,}25x+0{,}7y}{x+y} = 0{,}45$; $0{,}25x + 0{,}7y = 0{,}45x + 0{,}45y$; $0{,}2x = 0{,}25y$;

$$\frac{x}{y}=\frac{5}{4}.$$

Ответ: 5 : 4.

522. Пусть за x дней может перевезти весь груз первый грузовик. Тогда за $(x-3)$ дня может перевезти весь груз второй грузовик; $\frac{1}{x}$ — производительность первого грузовика, $\frac{1}{x-3}$ — производительность второго

грузовика (часть груза, которую он перевозит за один день).
По условию, за 5 дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза. Следовательно, $5\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-3}\right)=0{,}75$, где $x>3$; $\frac{x-3+x}{x(x-3)}=0{,}15$; $0{,}15x^2-2{,}45x+3=0$. Решением этого уравнения являются $x_1=15$, $x_2=\frac{4}{3}$. Так как должно выполняться неравенство $x>3$, то $x_2=\frac{4}{3}$ не удовлетворяет условию задачи. Получаем: первый грузовик весь груз может перевезти за 15 дней, второй — за 12 дней.

Ответ: 15 дней и 12 дней.

528. $y=-2x+p$, $S_{\Delta AOB}=49$, $S_{\Delta AOB}=\frac{|AO|\cdot|BO|}{2}$ (см. рис. 140).

Найдём координаты точек:
а) A: $A(0;y)$. $y=-2x+p$, $x=0$, $y=p$, $A(0;p)$.
б) $B(x;0)$, $y=-2x+p$, $-2+p=0$, $x=\frac{1}{2}p$, $B(\frac{1}{2}p;0)$.

$$S_{OAB}=\frac{|OA|\cdot|OB|}{2}, S_{OAB}=\frac{|p|\cdot\frac{1}{2}\cdot|p|}{2}, \frac{1}{4}p^2=49, p^24\cdot 49, p=\pm 14.$$

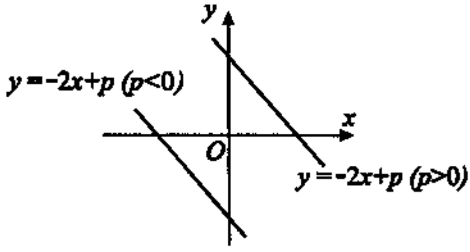

Рис. 140.

Ответ: -14; 14.

532. Введём обозначение: $f(x)=x^2+x+(k-1)(k+7)$. Учитывая, что старший коэффициент квадратного трёхчлена $f(x)$ положителен, можно сделать вывод, что число 3 находится между корнями уравнения $f(x)=0$ тогда и только тогда, когда $f(3)<0$.
Решим неравенство: $f(3)<0$, $3^2+3+(k-1)(k+7)<0$,
$k^2+6k-7+12<0$, $(k+1)(k+5)<0$, $-5<k<-1$.

Ответ: $k\in(-5;-1)$.

538. По условию прямая $y=kx+b$ касается параболы $y=x^2+bx$,

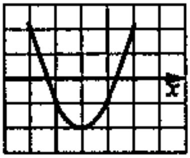

Рис. 141.

абсцисса точки касания $x = 2$.

а) Выразим b через k из уравнения $x^2 + bx = kx + b$, зная, что $x = 2$, $4 + 2b = 2k + b$, $b = 2k - 4$.

б) Уравнение $x^2 + bx = kx + b$, $x^2 + (b - k) - b = 0$ имеет 1 корень, тогда $D = 0$. $D = (b - k)^2 + 4b$, $b^2 - 2bk + k^2 + 4b = 0$.

в) Найдём b и k из условий а) и б):

$$\begin{cases} b = 2k - 4, \\ b^2 - 2bk + k^2 + 4b = 0, \end{cases}$$

$(2k - 4)^2 - 2k \cdot (2k - 4) + k^2 + 4 \cdot (2k - 4) = 0$,

$4k^2 - 16k + 16 - 4k^2 + 8k + k^2 + 8k - 16 = 0$, $k = 0$, тогда $b = 2 \cdot 0 - 4 = -4$.

Ответ: $k = 0$; $b = -4$.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, значит, сумма девяти чисел равна $17 \cdot 9 = 153$.

Среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7, значит, сумма одиннадцати чисел равна $7 \cdot 11 = 77$.

Тогда сумма всех двадцати чисел равна $153 + 77 = 230$, а их среднее арифметическое равно $230 : 20 = 11{,}5$.

Ответ: 11,5.

542. Наименьшее трёхзначное число, кратное 15, — это 105, наибольшее — 990. Задача сводится к нахождению суммы членов арифметической прогрессии, у которой $a_1 = 105$, $a_n = 990$, $d = 15$.

Найдём число членов этой прогрессии, применив формулу общего члена: $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$, $105 + 15 \cdot (n - 1) = 990$, $7 + n - 1 = 66$, $n = 60$.

Сумму членов найдём по формуле:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \; S_{60} = \frac{105 + 990}{2} \cdot 60 = 32850.$$

Ответ: 32850.

546. По условию задачи окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$, значит, система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ mx + y = 10, \end{cases}$ должна быть несовместной.

$\begin{cases} x^2+y^2=10, \\ y=10-mx, \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+(10-mx)^2=10, \\ y=10-mx. \end{cases}$

Рассмотрим первое уравнение этой системы:

$x^2+100-20mx+m^2x^2-10=0$, $(1+m^2)x^2-20mx+90=0$, $1+m^2\neq 0$, поэтому уравнение квадратное, оно не должно иметь действительных корней, следовательно, $D<0$.

$(20m)^2-4\cdot 90\cdot(1+m^2)<0$, $400m^2-360m^2<360$, $40m^2<360$, $m^2<9$, $|m|<3$.

Ответ: $(-3;3)$.

549. $y=x^2-x+1$, $x+my-1=0$.

По условию задачи парабола $y=x^2-x+1$ имеет с прямой $x+my-1=0$ единственную общую точку, значит, система уравнений

$\begin{cases} y=x^2-x+1, \ (1) \\ x+my-1=0 \ (2) \end{cases}$ должна иметь единственное решение.

Из второго уравнения системы выразим x через y и подставим в первое уравнение:

$x=1-my$, $y=(1-my)^2-(1-my)+1$, $1-2my+m^2y^2-1+my-y+1=0$, $m^2y^2-(m+1)\cdot y+1=0$.

1) $m=0$, $-y+1=0$, $y=1$, уравнение имеет единственный корень, значит, система имеет единственное решение, что удовлетворяет условию задачи.

2) $m\neq 0$, уравнение квадратное, оно должно иметь единственный корень, следовательно, $D=0$.

$(m+1)^2-4m^2=0$, $m^2+2m+1-4m^2=0$, $3m^2-2m-1=0$, $m_1=1$, $m_2=-\frac{1}{3}$.

При $m_1=1$ и $m_2=-\frac{1}{3}$ система имеет единственное решение.

Ответ: 0, 1, $-\frac{1}{3}$.

608. Построим график данной функции (см.рис. 142).

Проведем прямую OA, проходящую через начало координат и точку с координатами $(-4;-4)$, и прямую OB, проходящую через начало координат и параллельную прямым $y=2x+4$ и $y=2x-12$. Прямая $y=ax$ имеет три общие точки с графиком данной функции тогда и только тогда, когда она лежит внутри угла $\angle AOB$, следовательно, $1<a<2$.

Ответ: $1<a<2$.

609. Рассмотрим функцию $y(x)=2x^2+2(a+2)x+a+6$. Её графиком

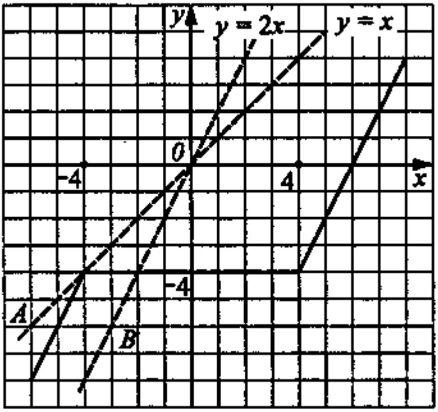

Рис. 142.

является парабола, ветви которой направлены вверх. Значения параметра a, при которых все решения неравенства $y(x) < 0$ являются положительными числами, можно найти из условий:

$$\left[\begin{array}{l} D < 0, \\ \begin{cases} D \geqslant 0, \\ y(0) \geqslant 0, \\ x_0 \geqslant 0, \end{cases} \end{array}\right.$$

где D — дискриминант уравнения; $y(x) = 0$, x_0 — абсцисса вершины параболы $y(x)$.

Решаем полученную совокупность неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} 4a^2 + 8a - 32 < 0, \\ \begin{cases} 4a^2 + 8a - 32 \geqslant 0, \\ a + 6 \geqslant 0, \\ -\dfrac{2(a+2)}{4} \geqslant 0; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < a < 2, \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a \leqslant -4, \\ a \geqslant 2, \end{array}\right. \\ a \geqslant -6, \\ a \leqslant -2; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < a < 2, \\ -6 \leqslant a \leqslant -4; \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -6 \leqslant a < 2$.

Ответ: $-6 \leqslant a < 2$.

Замечание. При $D < 0$ неравенство $y(x) < 0$ не имеет решений. Это означает, что множество решений неравенства не содержит неположительных чисел, то есть выполняется условие задачи.

610. Рассмотрим функцию $y(x) = 2x^2 + 2(a-2)x + 6 - a$. Ее графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Значения параметра a, при которых все решения неравенства $y(x) < 0$ являются отрицательными числами, можно найти из условий: $\left[\begin{array}{l} D<0, \\ \begin{cases} D\geqslant 0, \\ y(0)\geqslant 0, \\ x_0\leqslant 0, \end{cases} \end{array}\right.$

где D — дискриминант уравнения $y(x)=0$, x_0 — абсцисса вершины параболы $y(x)$. Решаем полученную совокупность неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} 4a^2-8a-32<0, \\ \begin{cases} 4a^2-8a-32\geqslant 0, \\ 6-a\geqslant 0, \\ -\dfrac{2(a-2)}{4}\leqslant 0; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<a<4, \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a\geqslant 4, \\ a\leqslant -2, \end{array}\right. \\ a\leqslant 6, \\ a\geqslant 2; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<a<4, \\ 4\leqslant a\leqslant 6; \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -2<a\leqslant 6$.

Ответ: $-2<a\leqslant 6$.

Замечание. При $D<0$ неравенство $y(x)<0$ не имеет решений. Это означает, что множество решений неравенства не содержит неотрицательных чисел, то есть выполняется условие задачи.

611. Указанное неравенство не имеет решений, если дискриминант D квадратного уравнения $x^2-(6a+2)x+9a+3=0$ меньше нуля. Вычислим $D=(6a+2)^2-4\cdot(9a+3)=36a^2-12a-8=4(9a^2-3a-2)$ и решим неравенство $9a^2-3a-2<0$. Для этого решим уравнение $9a^2-3a-2=0$. Корни его $a_1=-\frac{1}{3}$; $a_2=\frac{2}{3}$, а решение неравенства $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

614. Неравенство $ax^2+(a-6)x+a\geqslant 0$ не имеет решений при отрицательных a, если дискриминант уравнения $ax^2+(a-6)x+a=0$ $D=(a-6)^2-4a\cdot a<0$. Получаем:

$$\begin{cases} a^2-12a+36-4a^2<0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4a-12<0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)(a+6)<0, \\ a>0. \end{cases}$$

Решая методом интервалов (см. рис. 143), получим $a<-6$.

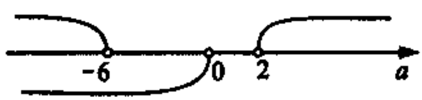

Рис. 143.

Ответ: $a<-6$.

615. Построим график функции $y = \big||4x-5|-1\big|$ (см. рис. 144).

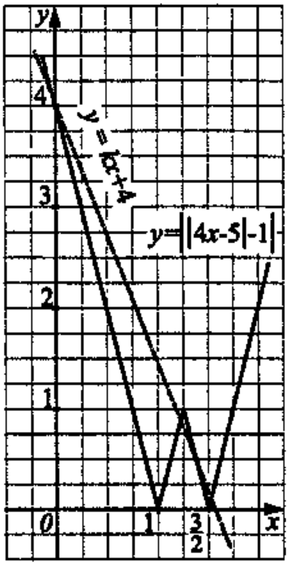

Рис. 144.

Прямая $y = kx + 4$ проходит через точку $(0;4)$ при любом значении параметра k. При $k = -4$ прямая $y = kx + 4$ имеет бесконечное множество общих точек с графиком данной функции. При $k \neq -4$ для выполнения условия задачи необходимо, чтобы прямая $y = kx + 4$ лежала "не выше"точки $\left(\frac{5}{4};1\right)$ и "не ниже"точки $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ (см. рис. 144). Запишем уравнения прямых, проходящих через точки $(0;4)$, $\left(\frac{3}{2};0\right)$ и $(0;4)$, $\left(\frac{5}{4};1\right)$:

1) $\begin{cases} 4 = 0\cdot k + b, \\ 0 = \frac{3}{2}k + b; \end{cases}$ $k = -\frac{8}{3}$, $b = 4$; $y = -\frac{8}{3}x + 4$;

2) $\begin{cases} 4 = 0\cdot k + b, \\ 1 = \frac{5}{4}k + b; \end{cases}$ $k = -\frac{12}{5}$, $b = 4$; $y = -\frac{12}{5}x + 4$.

Из вышесказанного следует, что условие задачи выполняется при $-\frac{12}{5} \leqslant k \leqslant -\frac{8}{3}$ и $k = -4$.

Ответ: $k = -4$, $-\frac{12}{5} \leqslant k \leqslant -\frac{8}{3}$.

616. Построим график функции $y = \big||3x-2|-4\big|$ (см. рис. 145).

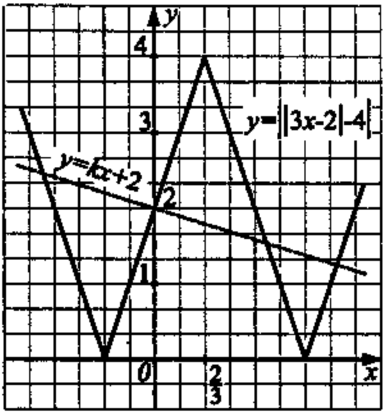

Рис. 145.

Прямая $y = kx + 2$ проходит через точку $(0; 2)$ при любом значении параметра k. При $k = 3$ прямая $y = kx + 2$ имеет бесконечное множество общих точек с графиком данной функции. При $k > 3$ $y = kx + 2$ имеет единственную общую точку с графиком данной функции, значит, $k \leqslant 3$. При $k = -1$ $y = kx + 2$ имеет три общих точки с графиком данной функции, а при $k < -1$ графики функций $y = kx + 2$ и $y = \big||3x-2|-4\big|$ имеют менее трёх общих точек, значит, $k \geqslant -1$. При $-1 \leqslant k \leqslant 3$ условие задачи выполняется (см. рис. 145).

Ответ: $-1 \leqslant k \leqslant 3$.

618. Построим график данной функции $y = \begin{cases} 3x+5, \text{ если } x < -2, \\ -x+2, \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x-2, \quad \text{если } x > 2 \end{cases}$

(см. рис. 146).

Прямая $y = kx$ пересекает график функции в двух различных точках, если:

1) угловой коэффициент прямой больше углового коэффициента прямой $y = 0$ и меньше либо равен угловому коэффициенту прямой, проходя-

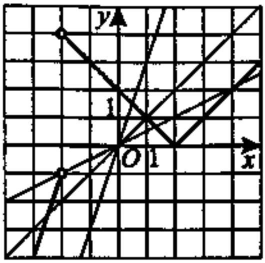

Рис. 146.

щей через точку с координатами $(-2; -1)$;

2) угловой коэффициент прямой больше либо равен угловому коэффициенту прямой, параллельной прямой $y = x - 2$ и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 3x + 5$.

1. Найдём угловой коэффициент прямой, проходящей через точку с координатами $(-2; -1)$: $-1 = -2k$, $k = 0{,}5$.

Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 < k \leqslant 0{,}5$.

2. Угловой коэффициент прямой, параллельной прямой $y = x - 2$, равен 1, а прямой, параллельной прямой $y = 3x + 5$, равен 3. Получаем: $1 \leqslant k < 3$. Прямая $y = kx$ имеет две общие точки с графиком заданной функции, если $0 < k \leqslant 0{,}5$ и $1 \leqslant k < 3$.

Ответ: $(0; 0{,}5] \cup [1; 3)$.

620. Построим окружность с центром в точке $E(6; 4)$, радиусом 4 и проведём диаметры BF и AC, параллельные осям координат (см. рис. 147).

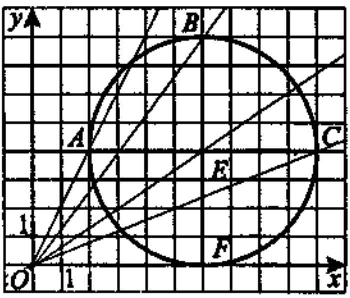

Рис. 147.

По рисунку видно, что прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами AC и BF в трёх случаях.

1. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше либо равен углово-

му коэффициенту прямой $y = 0$ и меньше углового коэффициента прямой OC. Найдём угловой коэффициент прямой OC, как прямой, проходящей через точку $C(10;4)$: $4 = 10k$, $k = \frac{2}{5}$. Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$.

2. Условию задачи удовлетворяет прямая $y = kx$, проходящая через центр окружности — точку $E(6;4)$. Найдём угловой коэффициент прямой OE: $4 = 6k$, $k = \frac{2}{3}$.

3. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше углового коэффициента прямой OB, но меньше либо равен угловому коэффициенту прямой OA. Найдём угловой коэффициент прямой OB, как прямой, проходящей через точку $B(6;8)$: $8 = 6k$, $k = \frac{4}{3}$. Найдём угловой коэффициент прямой OA, как прямой, проходящей через точку $A(2;4)$: $4 = 2k$, $k = 2$. Получаем: $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

Ответ: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$, $k = \frac{2}{3}$, $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

§ 4. Ответы к сборнику задач

1. 162. 2. 57,8. 3. 192 см. 4. Во втором. 5. В первой библиотеке. 6. Хомячков осталось поровну. 7. 100. 8. Рыб стало поровну. 9. В первом коробке. 10. B. 11. 180. 12. Блондинок. 13. 25. 14. 14. 15. 3,8. 16. 25. 17. 75. 18. 4800. 19. 690 руб. 20. Вторая. 21. Количество клиентов в обоих филиалах осталось одинаковым. 22. $\frac{3(x-1)}{x-3}$. 23. $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. 24. $-\frac{1}{x+9y}$. 25. $\frac{1}{6x+y}$. 26. 5. 27. $\frac{12}{a}$. 28. -1. 29. 0. 30. -1. 31. $x^2+ax^2+4a^2+3a$. 32. $-\frac{a+b}{2}$. 33. $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. 34. $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. 35. $\frac{2ab}{a^2+b}$. 36. 3. 37. 1. 38. 1. 39. $2(a+b)$. 40. $a+b$. 41. b. 42. $\frac{a-3}{2a}$. 43. $\frac{x-4}{x+4}$. 44. $1-x$. 45. $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$. 46. $\frac{24}{5b-4a}$. 47. $\frac{1}{x+2}$. 48. 1. 49. $2\sqrt{3}$. 50. $2m$. 51. $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$. 52. 1. 53. 1. 54. $b+1$. 55. $\frac{1}{x-1}$. 56. 27. 57. 100. 58. 10^{n+1}. 59. 9^{n+2}. 60. $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. 61. 1. 62. 4. 63. $4\sqrt{3}$. 64. 3 и 4. 65. 7. 66. $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$. 67. $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. 68. $\frac{b-5}{a-3}$. 69. $\frac{2m-3}{n+1}$. 70. $\frac{b+7}{3a+1}$. 71. $\frac{b-4}{4a-3}$. 72. $\frac{1}{2-n}$. 73. 0,2. 74. $-\frac{a+1}{2a}$. 75. $\frac{2}{b^2(b-1)}$. 76. $\frac{3k}{k-1}$. 77. $\frac{1}{t-2}$. 78. 0. 79. 1. 80. -5. 81. $\frac{2-m}{2+m}$. 82. 0. 83. 0. 84. $\frac{1}{a+b}$. 85. $\frac{a}{3b}$. 87. $\frac{(a+b)^2}{a}$. 88. -1. 89. -1. 90. $\frac{x}{x-4}$. 91. $\frac{x-2}{x}$. 92. $\frac{a}{a-3}$. 93. $\frac{3}{b-4}$. 94. -5. 95. $\frac{7}{m-1}$. 96. $n(n+1)(m-1)$. 97. $\frac{3x-2}{x-3}$. 98. $(x+y)(x-2y)$. 99. $(x-y)(x+3y)$. 100. 0; $x_1=0{,}5$; $y_1=-2$; $x_2=-4$; $y_2=-11$. 101. -5; $x=-0{,}5$; $y=2{,}5$. 102. 3; $x=2$; $y=1{,}8$. 103. (2; 1). 104. (2; 1). 105. 2; 9. 106. 4; -3. 107. 3. 108. $x=0$. 109. $x_1=0, x_2=2{,}5$. 110. 0; 2; -2; $-1{,}5$. 111. 0; $-1{,}5$; $\pm\sqrt{3}$. 112. $x_1=3, x_2=4$. 113. $x_1=-1, x_2=-\frac{3}{5}, x_3=1$. 114. $x=-1$. 115. $x_1=-2, x_2=-1$. 116. $\pm\sqrt{2}$. 117. $\pm\sqrt{2}$; ±2; $\pm2\sqrt{2}$.

120. $x = 4$. **121.** $x = 1$. **122.** $(3;1)$, $(9;13)$. **123.** $(-3;5)$, $(5;-7)$. **124.** -1; 1. **125.** $(2;4)$; $(6;12)$. **126.** -2; 2. **127.** $(0;3)$; $(-3;0)$. **128.** 2; 4. **129.** -1 и -3. **130.** ±1; ±3. **131.** ±2. **132.** $(-1;1)$; $(-2;2)$. **133.** $(2;-4)$; $(4;-8)$. **134.** Нет. **135.** Нет. **136.** Да. **137.** 2. **138.** 3. **139.** $(2;-3)$, $\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$. **140.** $(-5;2),(2;5)$. **141.** $(1;1),(-1;-1)$. **142.** $(2;1),(-2;-1)$. **143.** $(0{,}4;2)$. **144.** $(0{,}6;-1{,}4);(0{,}4;-1{,}6)$. **145.** $(0;-3),(4;5)$. **146.** $(3;4)$, $(4;3)$, $(-3;-4)$, $(-4;-3)$. **147.** $(2;4),(-3;9)$. **148.** $(4;10)$. **149.** 6; 54. **150.** $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. **151.** $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. **152.** $x = 5$, $y = -7$. **153.** $x = 12$, $y = -2$. **154.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **155.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **156.** $(130{,}5;56{,}5)$. **157.** $(-2;3)$. **158.** $(0;-2),(-2;2)$. **159.** $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$. **160.** $(3;2)$, $(3;-2)$, $(4;\sqrt{3}),(4;-\sqrt{3})$. **161.** $x \geqslant 0, y \geqslant 0$. **162.** $(5;4)$. **163.** $(2;1)$. **164.** $(5;1)$. **165.** $(2{,}5;-0{,}5)$. **166.** $(2;-5)$, $(3;-4)$. **167.** $(0{,}25;4{,}75)$, $(2;3)$. **168.** $(2;1)$, $(4{,}5;-1{,}5)$. **169.** $(-4;1)$. **170.** $\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **171.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **172.** $(-9;13)$, $(-1;-3)$, $(1;3)$, $(9;-13)$. **173.** $(-7;-1)$, $(-1;5)$, $(1;-5)$, $(7;1)$. **174.** $(-3;-1)$, $(3;1)$, $(2\sqrt{2};\ \sqrt{2})$, $(-2\sqrt{2};\ -\sqrt{2})$. **175.** $(2;-2)$, $(-2;2)$. **176.** $(2;-2)$, $\left(\frac{2}{3};-6\right)$. **177.** $(9;0{,}5)$, $(1;4{,}5)$. **178.** $(6;3),(3;6)$. **179.** $(-1;4)$.

180. $\left(2;\frac{1}{2}\right)$, $\left(2;-\frac{1}{3}\right)$, $(-4;-1)$. **181.** $(3;2);(-3;-2)$.

182. $(-\infty;-3) \cup \{-0{,}5\}$. **183.** $(-\infty;-1) \cup \{0{,}5\}$. **184.** $(-\infty;-5] \cup \{4\}$. **185.** $\left(-1;-\frac{2}{3}\right]$. **186.** $\left(-\infty;\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2};0\right) \cup \left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$. **187.** $(-2;-1) \cup (1;2)$. **188.** $[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$.

189. $\left[\frac{3-\sqrt{17}}{2};1\right] \cup \left[2;\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **190.** $[-2;0)$. **191.** $(0;4]$. **192.** $\left(\frac{12}{5};18\right)$. **193.** $(-\infty;0)$. **194.** $\left(-\infty;-1\right) \cup \left(-1;-\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7};1\right) \cup \left(1;+\infty\right)$. **195.** $\left(-\infty;-2{,}5\right) \cup \left(-2{,}5;-\frac{1}{3}\right] \cup (7;+\infty)$. **196.** $(-\infty;-5) \cup (-5;-3] \cup \cup [7;+\infty)$. **197.** $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **198.** $\left(-\infty;\frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3};+\infty\right)$.

199. $[-3;-2)\cup(-2;2)\cup(2;4]$. **200.** $[6;7)\cup(7;+\infty)$. **201.** $[-\sqrt{7};-\sqrt[3]{5})\cup$ $\cup(-\sqrt[3]{5};2]$. **202.** $(-7;\ 2{,}5)$. **203.** $\left[-2\frac{2}{3};\ 2\right]$. **204.** $[-5;0)\cup\left(0;\frac{4}{3}\right]$. **205.** $\left(\frac{2}{3};3\right)$. **206.** $\{-3\}\cup[1{,}5;4]$. **207.** $\{-1\}\cup(-0{,}25;3)\cup\{5\}$. **208.** $(1;5)$, $(2;5)$, $(0;6)$, $(1;6)$, $(2,6)$. **209.** $(2;-2)$, $(2;-1)$, $(2;0)$, $(3;-1)$, $(3;0)$, $(4;0)$. **210.** $0;1;2$. **211.** $-3;-2;-1;0;1;2;3;4$. **212.** $\{2\}$. **213.** $\{6\}$. **214.** $\{7\}$. **215.** $\{3\}$. **216.** $\{-1;3\}$. **217.** $\{4\}$. **218.** $\{1\}$. **219.** $\{2\}$. **220.** $\{-1+\sqrt{2}\}$. **221.** $\{-1-\sqrt{5}\}$. **222.** $(-\infty;1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3};+\infty)$. **223.** $(-\infty;3-3\sqrt{2}]\cup$ $\cup\{3\}\cup[3+3\sqrt{2};+\infty)$. **224.** $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **225.** $(-1;0)$. **226.** $[1;2]\cup[3;4]$. **227.** $[1;3]\cup[5;6]$. **228.** $[-1;2]\cup[3;4]$. **229.** $[-5{,}5;-5]\cup[-4;-2]\cup[-1;1]$. **230.** $\{-1;5\}$. **231.** $\{1\}$. **232.** $(-\infty;-5]\cup\{-2;2\}\cup[3;+\infty)$. **233.** $\{-3;3\}\cup$ $\cup[-2;1]$. **234.** $-12\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **235.** $-4\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **236.** $0{,}75\leqslant x\leqslant 3$. **237.** $(-\infty;-1{,}75]\cup[2;+\infty)$. **238.** 5. **239.** 7. **240.** $[1{,}5;2)\cup(2;5]$. **241.** $-6\leqslant x<-4, -4<x<4$. **242.** $-4\leqslant x<-3, -3<x<3$. **243.** 0,9. **244.** $-0{,}6$. **245.** $-0{,}3$. **246.** 5 ч. **247.** 11. **248.** 2436. **249.** 2600. **250.** 145 км/ч. **251.** 10 дней. **252.** 9646. **253.** 8910. **254.** 2436. **255.** 11109. **256.** 15. **257.** 0. **258.** $\{4, 9, 14\}$, и $\{13, 9, 5\}$. **259.** $\{1, 4, 7\}$ и $\{17, 4, -9\}$. **260.** $\{11, 5, -1\}$ и $\{2, 5, 8\}$. **261.** $\{3, 10, 17\}$ и $\{12, 10, 8\}$. **262.** 3. **263.** 4,5. **264.** 7. **265.** 17. **266.** Да. **267.** Нет. **268.** Нет. **269.** 18; 8; -2. **270.** 10; 6; 2. **271.** Нет. **272.** Нет. **273.** Да. **274.** Нет. **275.** 0; 12. **276.** Да. **277.** 10. **278.** 8. **279.** 5241. **280.** 2,25. **281.** 0. **282.** 754. **283.** 3185. **284.** 1925. **285.** 2525. **286.** 20. **287.** 8. **288.** 0,9. **289.** 11520. **290.** 3953. **291.** 1560. **292.** $-10\frac{2}{3}$. **293.** $b_8=\frac{1}{9}$. **294.** $b_8=-384$. **295.** 3069. **296.** 81. **297.** $a=32$; $b=2$. **298.** $\frac{1}{3}$. **299.** $\frac{5-\sqrt{23}}{2}$. **300.** $3+\sqrt{6}$. **301.** $2+\sqrt{\frac{10}{3}}$. **302.** 3; 6; 9. **303.** 16; 11; 6. **304.** $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **305.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **306.** 2. **307.** 1. **308.** -2. **309.** $-\frac{1}{2}$. **310.** 1. **311.** 2. **312.** 9. **313.** 4; 8; 16. **314.** 12; 6; 3. **315.** $5+2\sqrt{5}$. **316.** $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$. **317.** Нет. **318.** Да. **319.** Да. **320.** 16. **321.** 27. **322.** -14. **323.** -20. **324.** Да. **325.** Да. **326.** 6. **327.** 64.

334. Прямая $y = x - 1$ без точки $(3;2)$. **335.** Гипербола $y = \frac{1}{x}$ без точки $(4;\frac{1}{4})$. **336.** $y = \begin{cases} 6-2x, \text{ если } x < 1{,}5; \\ 2x, \text{ если } 1{,}5 \leqslant x < 3; \\ 4x-6, \text{ если } x \geqslant 3. \end{cases}$

337. $y = \begin{cases} -10x-5, \text{ если } x < -1{,}75; \\ 9-2x, \text{ если } -1{,}75 \leqslant x < 2; \\ 5, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$

338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек $(2;1)$ и $(4;-3)$. **339.** Парабола $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек $(2;2)$ и $(3;2)$. **340.** $a = 3, b = 6, c = -2$. **341.** $a = \frac{2}{9}$, $b = -\frac{8}{9}$, $c = -\frac{10}{9}$. **342.** $(-4;\ 15)$. **343.** $\left(-\frac{3}{2};4\right)$. **344.** $(1{,}5;5)$. **345.** $(1;5)$. **346.** $(3;14)$. **347.** $(7;58)$. **348.** $(2;7)$. **349.** $(1;-13)$. **350.** $y = x^2 - x + 1$. **351.** $y = -x^2 + x + 1$. **352.** $\left(\frac{-1-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4};\frac{3+\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}\right)$. **353.** $\left(\frac{\sqrt{5}-3}{4};\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)$. **354.** $\left(-\frac{3}{4};-\frac{41}{8}\right)$. **355.** $(-2;0), (1;0), (2;0), (0;4)$. **356.** $(-2;0), (-1;0), (1;0), (0;2)$. **357.** 1) $(-0{,}5;4), (-0{,}5;-4)$; 2) $(-0{,}375;4{,}25), (-0{,}375;-4{,}25)$. **358.** 1) $\left(-\frac{1}{6};6\right)$, $\left(\frac{1}{6};6\right)$; 2) $\left(-\frac{5}{3};-5\right)$, $\left(\frac{5}{3};-5\right)$. **359.** $A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2};\frac{13}{4}\right), B\left(-\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2};0\right), C\left(\frac{\sqrt{10}}{2};-3\right)$. **361.** $(\sqrt{2};0)$, $(-\sqrt{2};0)$. **362.** $(2;0)$, $(-2;0)$. **363.** $(4+\sqrt{14};0)$, $(4-\sqrt{14};0)$. **364.** $(6+\sqrt{33};0)$, $(6-\sqrt{33};0)$. **365.** $y = 32$. **366.** $y = -12$. **367.** $y = \frac{1}{2}(x+1)$. **368.** $y = -\frac{1}{2}(x+1)$. **369.** $(0;0), (8;0), (0;6)$. **370.** $(1;0), (3;0), (0;1), (0;3)$. **371.** $(-\infty;-5) \cup (-5;+\infty)$. **372.** $(-\infty;-5) \cup (-5;+\infty)$. **373.** $(0;-16)$. **374.** $(0;30)$. **375.** $-1 \leqslant x \leqslant 1{,}5$. **376.** $0 \leqslant x \leqslant 2$. **377.** $-2 < x < 6$. **378.** $-15 \leqslant x \leqslant 9$. **379.** $-7 < y < 7$. **380.** $-1 < y < 7$. **381.** $4 \leqslant x \leqslant 5$. **382.** $0 < x < 2$. **383.** $1 \leqslant x \leqslant 4$. **384.** $-13 < x < -8$. **385.** $0 \leqslant x \leqslant 2$. **386.** $-4 \leqslant x \leqslant 0$. **387.** $-\frac{7}{9} \leqslant y < \frac{1}{3}$. **388.** $0 < x \leqslant \frac{10}{11}$. **389.** $x \geqslant -5$. **390.** $x \geqslant -7$. **391.** $-5 \leqslant x \leqslant 2$. **392.** $-3 \leqslant x \leqslant 6$. **393.** $0 \leqslant x \leqslant 7$. **394.** $0 \leqslant x \leqslant 5$. **395.** 2. **396.** 3. **397.**

$\left(-\infty;\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{2}\right]\cup\left[0;\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{2}\right]$. **398.** $[-\sqrt{7};-2)\cup(-2;-1)\cup(-1;0]\cup[\sqrt{7};+\infty)$. **399.** $[11;+\infty)$. **400.** $[4;+\infty)$. **401.** $[2;2{,}5)\cup(2{,}5;5]$. **402.** 2. **403.** 1. **404.** 5. **405.** -1. **406.** $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$. **407.** $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$. **408.** $-12{,}25$. **409.** $2\frac{2}{3}$. **410.** $\frac{3}{4}$. **411.** $[3;+\infty)$. **412.** $-4\leqslant x\leqslant 2$. **413.** 24,2 м. **414.** 9 кг. **415.** $v_1 = 30$ км/ч; $v_2 = 25$ км/ч. **416.** 600 км. **417.** 24 км/ч, 32 км/ч. **418.** 90; 130. **419.** 10 деталей в час. **420.** 60 км/ч. **421.** 80 км/ч. **422.** 20. **423.** 30. **424.** 8 ч. **425.** 9 дней. **426.** за $1\frac{29}{31}$ ч. **427.** 1 ч. **428.** $\frac{840}{137}$ мин. **429.** $\frac{600}{47}$ часа. **430.** 100 км/ч. **431.** 500 км. **432.** 20. **433.** 36. **434.** 45. **435.** 40. **436.** 15. **437.** 8,25. **438.** 10 км/ч. **439.** 5 км/ч. **440.** 10 кг; 25 кг. **441.** 120 г. **442.** 5,25 ч. **443.** 2 ч. **444.** 12 км/ч, 4 км/ч. **445.** 1 : 3. **446.** 3 : 1. **447.** 15 км/ч. **448.** 30 мин, 45 мин. **449.** Медь — 75%, цинк — 25%. **450.** 2400. **451.** 5. **452.** 40 км/ч, 50 км/ч. **453.** 10 ч, 6 ч. **454.** 80 км/ч. **455.** 24; 40. **456.** 9 ч, 18 ч. **457.** 60 км/ч, 75 км/ч. **458.** 120. **459.** 3. **460.** 2,5. **461.** 72 км/ч. **462.** 70 км/ч. **463.** 100, 60. **464.** 120, 48. **465.** 180 км. **466.** 36 км/ч, 48 км/ч. **467.** 72 км/ч, 60 км/ч. **468.** 75 км/ч, 60 км/ч. **469.** 4 кг. **470.** 96 км. **471.** $\frac{7}{3}$. **472.** 4 км/ч. **473.** 10 ч, 15 ч. **474.** 12 ч, 24 ч. **475.** 28 ч, 21 ч. **476.** 12. **477.** 2,4 км. **478.** 2,4. **479.** 100. **480.** 12. **481.** 60 км/ч. **482.** 90 км/ч. **483.** 35. **484.** 10. **485.** 20 и 30. **486.** 30 и 25. **487.** 1 : 2. **488.** 3 : 1. **489.** 3 : 7. **490.** 3 : 4. **491.** 2. **492.** 7. **493.** 1,5. **494.** 24. **495.** 2,4. **496.** 8. **497.** 80 и 12. **498.** 5 и 20. **499.** 8 и 4. **500.** 30 и 60. **501.** 800. **502.** 75. **503.** 4. **504.** 6,3. **505.** 10. **506.** $\frac{10}{3}$. **507.** 24 и 40. **508.** $2\frac{2}{3}$. **509.** 3. **510.** 4. **511.** 21. **512.** 21. **513.** 2. **514.** 6. **515.** 12, 8 и 24 месяца. **516.** 4, 6 и 12 месяцев. **517.** $\frac{40}{9}$. **518.** 10. **519.** 4 : 3. **520.** 5 : 4. **521.** 8 и 10 дней. **522.** 15 и 12 дней. **523.** 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. **524.** 4 при $0 < a < 9$; 3 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. **525.** $(0{,}5;3)$. **526.** $(-1;-0{,}5)$. **527.** $-6;6$. **528.** $-14;14$. **529.** ±15. **530.** ±7. **531.** $(-4;2)$. **532.** $(-5;-1)$. **533.** $(-\infty;-5)\cup(5;+\infty)$. **534.** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **537.** $k = 4, a = 1$. **538.** $k = 0, b = -4$. **539.** $(-\infty;-2{,}8]\cup(-2{,}5;-2)\cup(2;+\infty)$. **540.** $(-1;0)\cup(0;9)$. **541.** 11,5. **542.** 32850. **543.** 35392. **544.** 72. **545.** 0,5, 3,5.

Серия «Государственная итоговая аттестация»

Учебное издание

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко

АЛГЕБРА. 9 КЛАСС. ПОДГОТОВКА К ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ-2010

Учебно-методическое пособие

Художественное оформление,
разработка серии: *И. Лойкова*
Корректор *Н. Пимонова*
Компьютерная верстка: *Л. Шверида*

Подписано в печать с оригинал-макета 22.07.2009.
Формат 60x84 1/16. Бумага типографская.
Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 13,95.

Заказ № 258. Тираж 30 000 (III завод) экз.

Издательство «ЛЕГИОН-М»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550

Отпечатано в соответствии с качеством
предоставленных диапозитивов в ЗАО «Полиграфобъединение»
347900, г. Таганрог, ул. Лесная биржа, 6 В